物理学概論第一

第 8 回

では, 今週の講義...

第 01 回: 力学 ① - 物理量の表現, 単位, 次元

第 02 回: 力学 ② - 質点と運動の表し方

第 03 回: 力学 ③ - 運動の法則

第 04 回: 力学 ④ - 力と運動 I

第 05 回: 力学 ⑤ - 力と運動 II その 1（単振動）

第 06 回: 力学 ⑥ - 力と運動 II その 2（減衰振動）

第 07 回: 力学 ⑦ - 仕事と運動エネルギー

第 08 回: 力学 ⑧ - 保存力とポテンシャルエネルギー

第 09 回: 力学 ⑨ - エネルギー保存則

力学的エネルギーって何？　②

- エネルギー:「仕事をする能力」を示す量

$F \times s$

運動エネルギー, 位置エネルギー
熱エネルギー（内部エネルギー）
電気エネルギー, 化学エネルギー

力学的エネルギー

＝位置エネルギー ＋ 運動エネルギー

力学的エネルギーって何？ ②

- エネルギー:「仕事をする能力」を示す量

$F \times s$

運動エネルギー, 位置エネルギー
熱エネルギー（内部エネルギー）
電気エネルギー, 化学エネルギー

力学的エネルギー

＝位置エネルギー ＋ 運動エネルギー

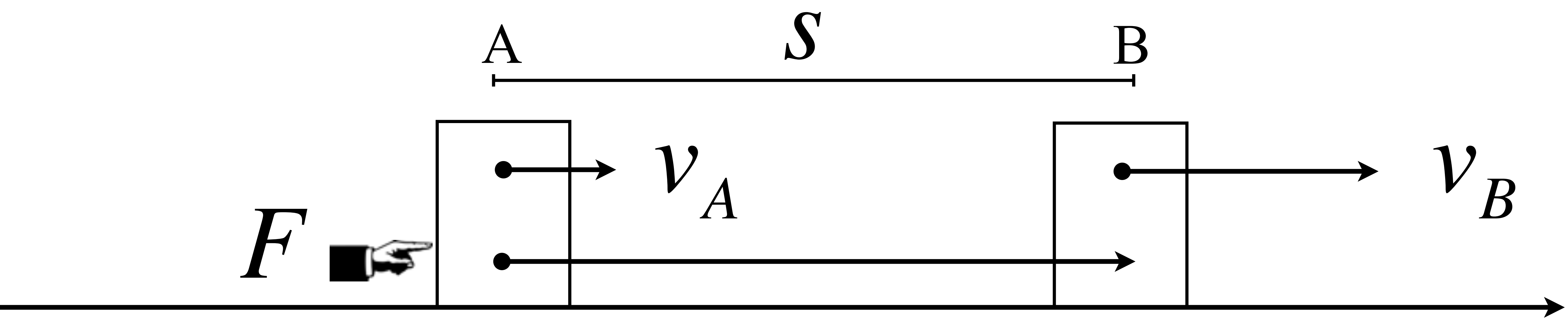
$$U = mgh$$
$$= -G\frac{m_1 m_2}{r}$$
$$= \frac{1}{2}kx^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

運動エネルギーを増やすには　復

- 仕事をされると運動エネルギーは増加する

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \to B} = Fs$$

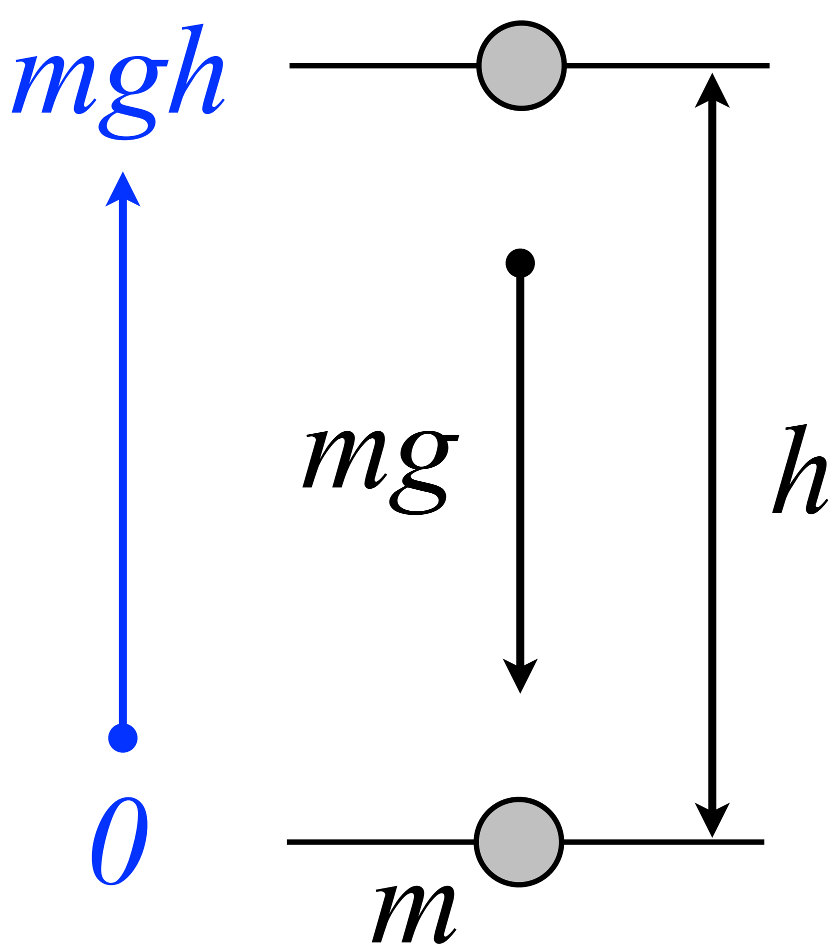


位置エネルギーを増やすには ③

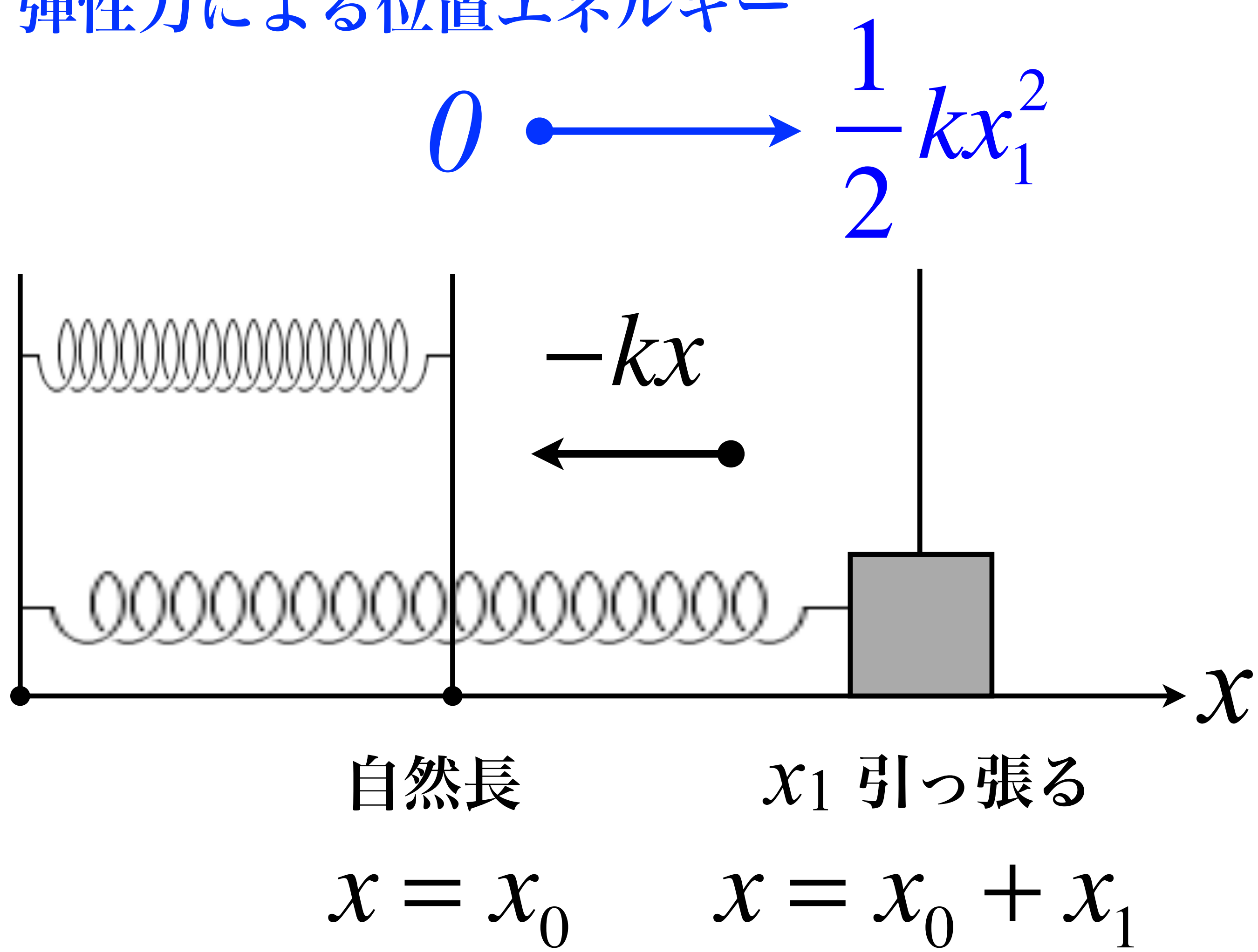
- 力に逆らって仕事 → 位置エネルギーの発生

→ 手を離すと仕事が成される潜在的な状態
（ポテンシャル）

重力による位置エネルギー



弾性力による位置エネルギー



位置エネルギーを持てる力　④

- 点 r にある質点に働く力 F が質点の位置 r だけで決まり F(r) と書ける場合: **保存力**

重力: $$F = mg$$

弾性力: $$F = -kx$$

万有引力: $$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

位置座標

位置エネルギーを持てる力 ④

- 点 r にある質点に働く力 F が質点の位置 r だけで決まり F(r) と書ける場合: **保存力**

重力: $F = mg$

位置の関数ではなく, 定数であるが, 他の物理量に依存している訳ではない!

弾性力: $F = -kx$

位置座標

万有引力: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

じゃあ, 非保存力は？ ⑤

- 力 F が質点の位置 r 以外の物理量に依存

: 非保存力

粘性抵抗　　慣性抵抗

空気抵抗:　$\mathbf{F} = -\lambda \mathbf{v} - \kappa v \mathbf{v}$　速度に依存している！

動摩擦力:　$F = \mu' mg$

じゃあ, 非保存力は？ ⑤

- 力 F が質点の位置 r 以外の物理量に依存

: 非保存力

粘性抵抗　　慣性抵抗

空気抵抗:　$\mathbf{F} = -\lambda \mathbf{v} - \kappa v \mathbf{v}$　速度に依存している！

動摩擦力:　$F = \mu' mg$

実は働く方向が速度に依存している！

保存力であるとは言えない

垂直抗力 N が mg の場合

保存力による仕事の性質 ⑥

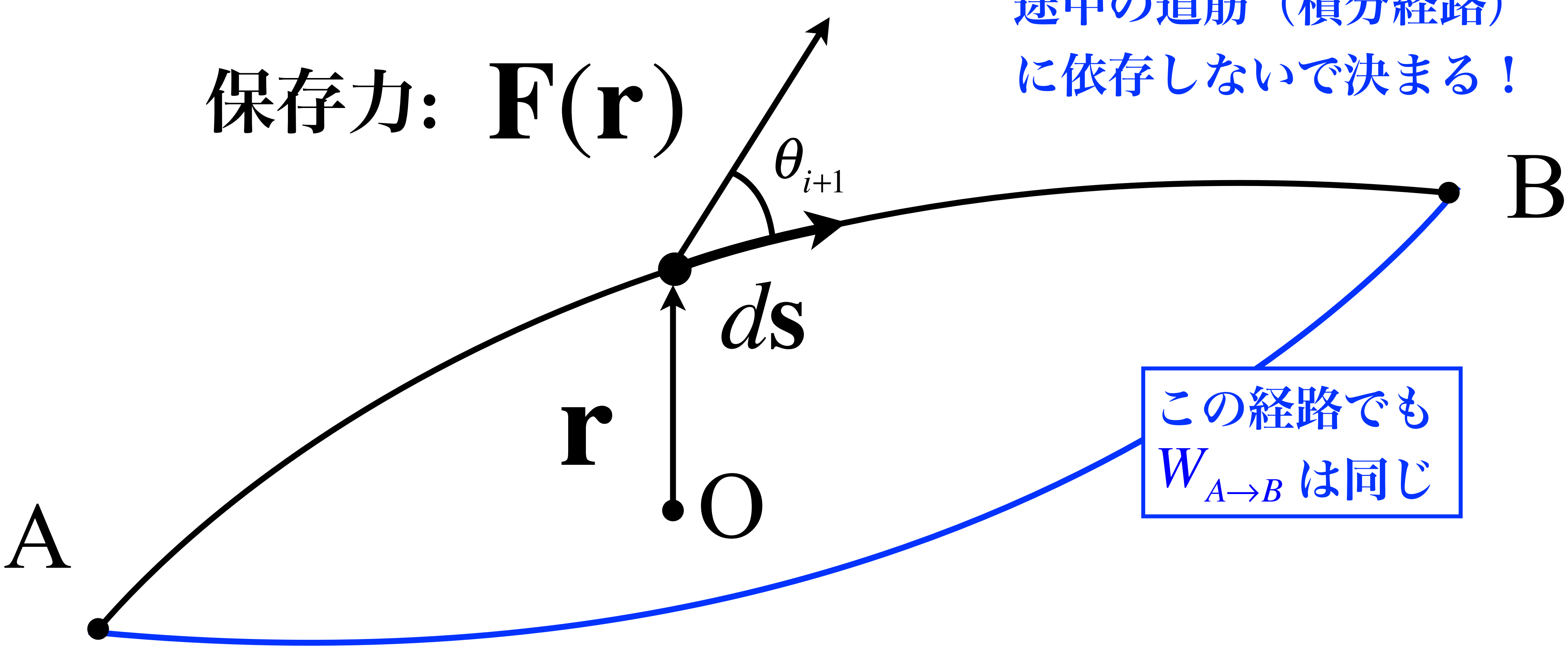
- 保存力によってなされる仕事 $W_{A\to B}$ を考える

線積分

F(r) の原始関数みたいなもの

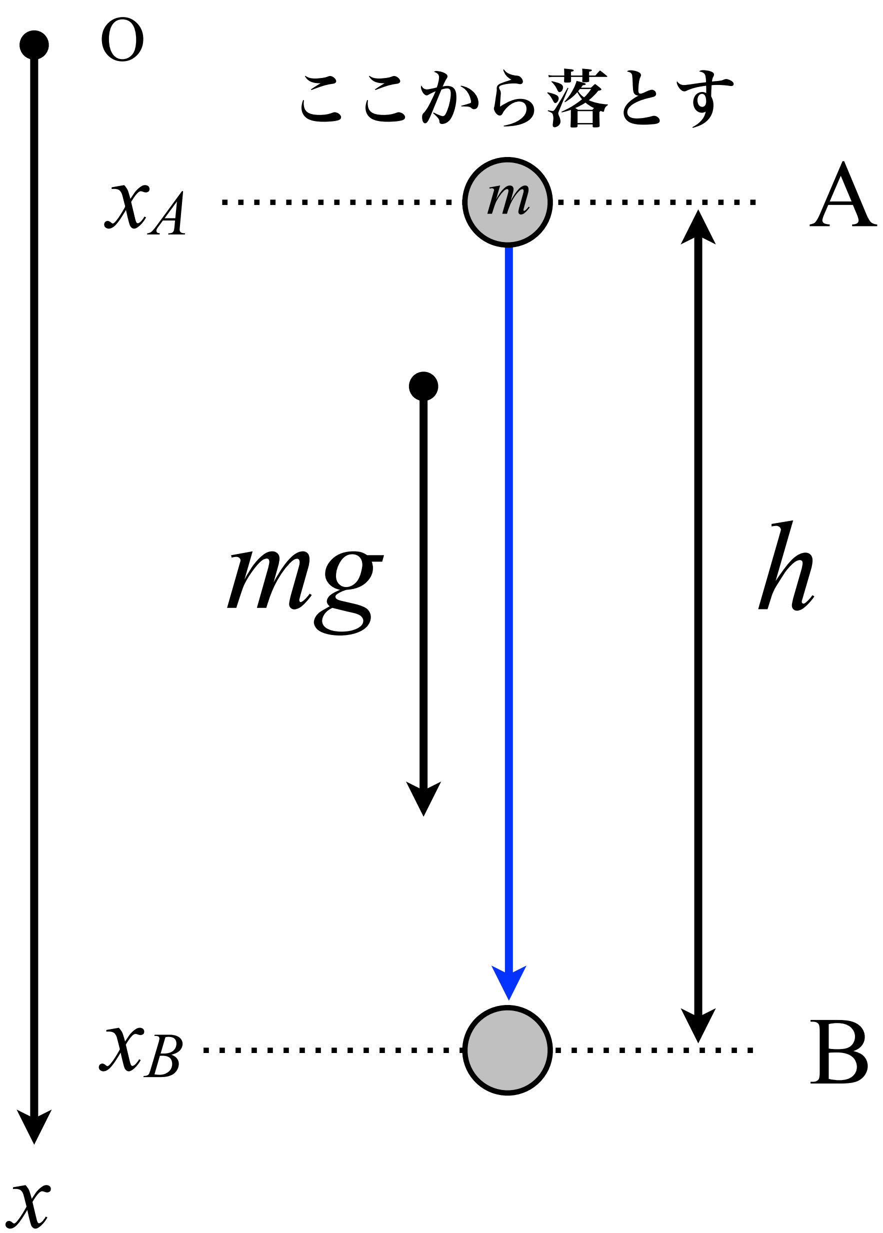
$$W_{A\to B} = \int_A^B \mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s} \to \left[\Phi(\mathbf{r})\right]_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}_B} = \Phi(\mathbf{r}_B) - \Phi(\mathbf{r}_A)$$

途中の道筋（積分経路）に依存しないで決まる！



重力が成す仕事を考える ⑦

- 質点が自由落下するときに重力がする仕事



$$W_{A\to B} = \int_A^B \mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s}$$

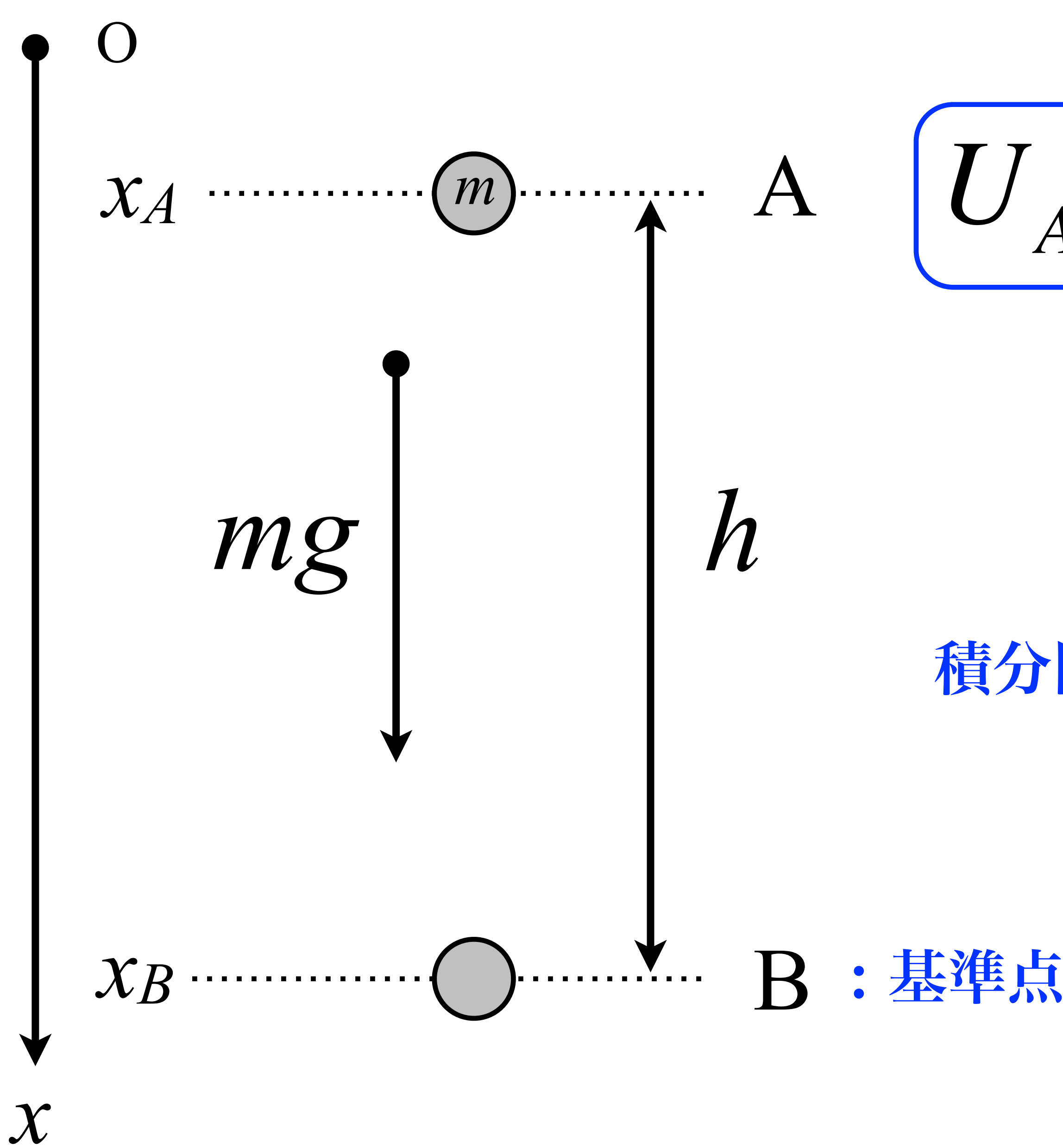
$$= \int_{x_A}^{x_B} mg\,dx = [mgx]_{x_A}^{x_B}$$

$$= mg(x_B - x_A) = mgh$$

A から B まで質点が運動する間に，
mgh の仕事を成すポテンシャルがある

位置エネルギーとは？ ⑧

- 保存力が果たせる仕事と等価のものと定義



B を基準にした A の位置エネルギー

$$\boxed{U_A - U_B} = W_{A\to B}$$

$$= \int_A^B \mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s}$$

積分区間を逆転

$$= -\int_B^A \mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s} = mgh$$

ちゃんとした定義 ⑨

- $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ が保存力の場合, $\mathbf{r}_0$ を基準として, $\mathbf{r}$ における位置エネルギーを以下で定義する

F に “逆らって” する仕事であるから…

$$U(\mathbf{r}) = -\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

ただし,

$$U(\mathbf{r}_0) = 0$$

弾性力の位置エネルギー ⑩

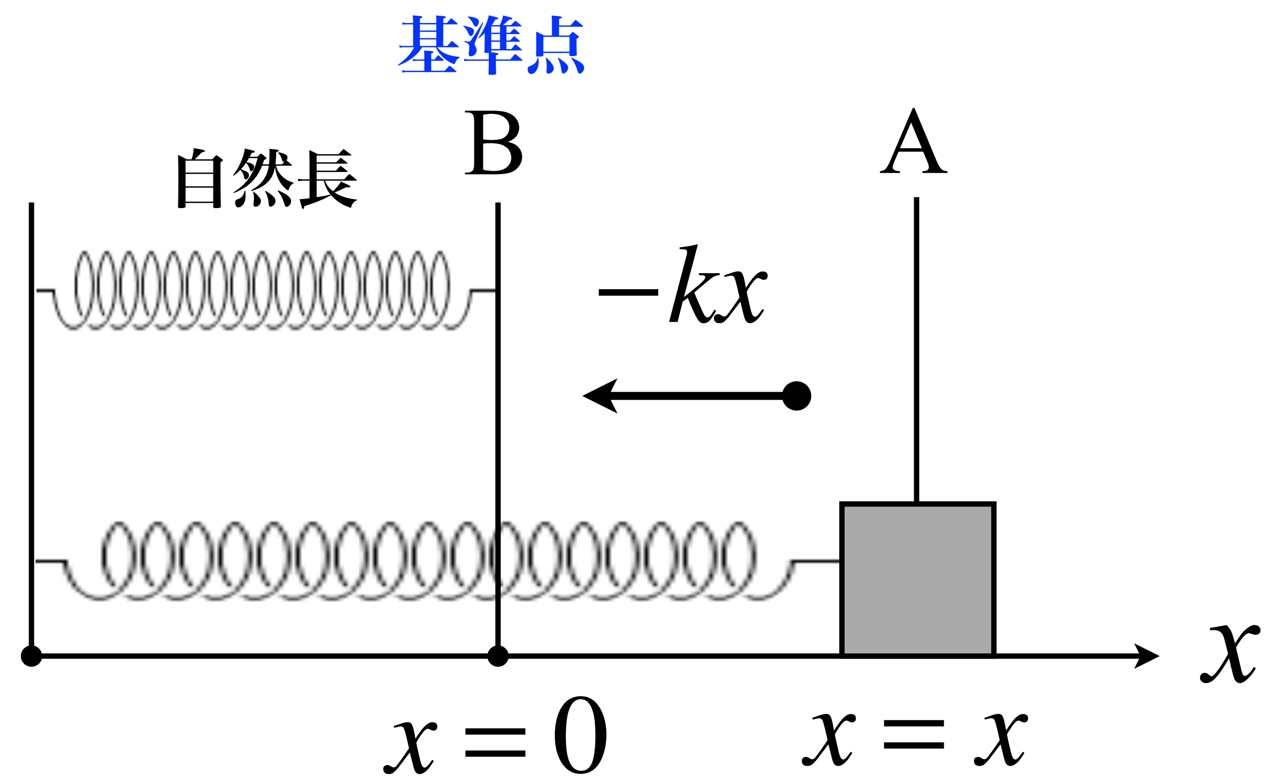
- 弾性力 $-kx$ による位置エネルギーは...

$$U(x) = W_{A \to B}$$

$$= \int_A^B \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

$$= -\int_B^A \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

$$= -\int_0^x -kx\,dx = \left[\frac{1}{2}kx^2\right]_0^x = \frac{1}{2}kx^2$$



万有引力の位置エネルギー

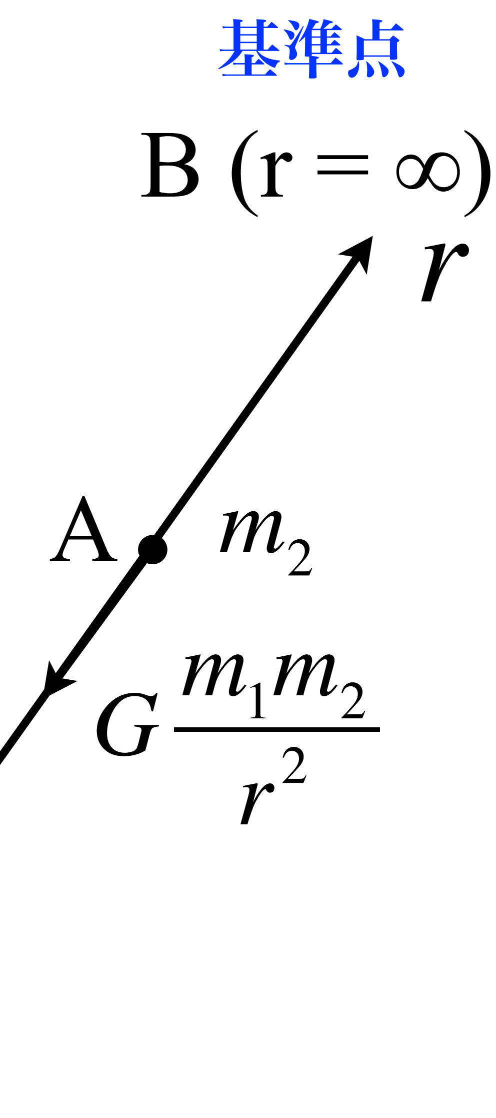
- 万有引力 $G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$ による位置エネルギーは...

$$U(r)=W_{A\to B}=\int_A^B \mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s}=-\int_B^A \mathbf{F}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s}$$

$$=-\int_\infty^r -G\frac{m_1m_2}{r^2}dr$$

力と r が逆向きのため

$$=\left[-G\frac{m_1m_2}{r}\right]_\infty^r=-G\frac{m_1m_2}{r}$$



位置エネルギー → 保存力 ⑫

- 保存力と位置エネルギーを見ると…

鉛直下向きだから

重力: $F = -mg$ $U(h) = mgh$ $F = -\dfrac{dU(h)}{dh}$

弾性力: $F = -kx$ $U(x) = \dfrac{1}{2}kx^2$ $F = -\dfrac{dU(x)}{dx}$

力と r が逆向きのため

万有引力: $F = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$ $U(r) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$ $F = -\dfrac{dU(r)}{dr}$

−（位置エネルギーを空間微分） → 保存力