物理学概論第一

第 9 回

では, 今週の講義...

第 01 回: 力学 ① - 物理量の表現, 単位, 次元

第 02 回: 力学 ② - 質点と運動の表し方

第 03 回: 力学 ③ - 運動の法則

第 04 回: 力学 ④ - 力と運動 I

第 05 回: 力学 ⑤ - 力と運動 II その 1（単振動）

第 06 回: 力学 ⑥ - 力と運動 II その 2（減衰振動）

第 07 回: 力学 ⑦ - 仕事と運動エネルギー

第 08 回: 力学 ⑧ - 保存力とポテンシャルエネルギー

第 09 回: 力学 ⑨ - エネルギー保存則

エネルギーって何？　復

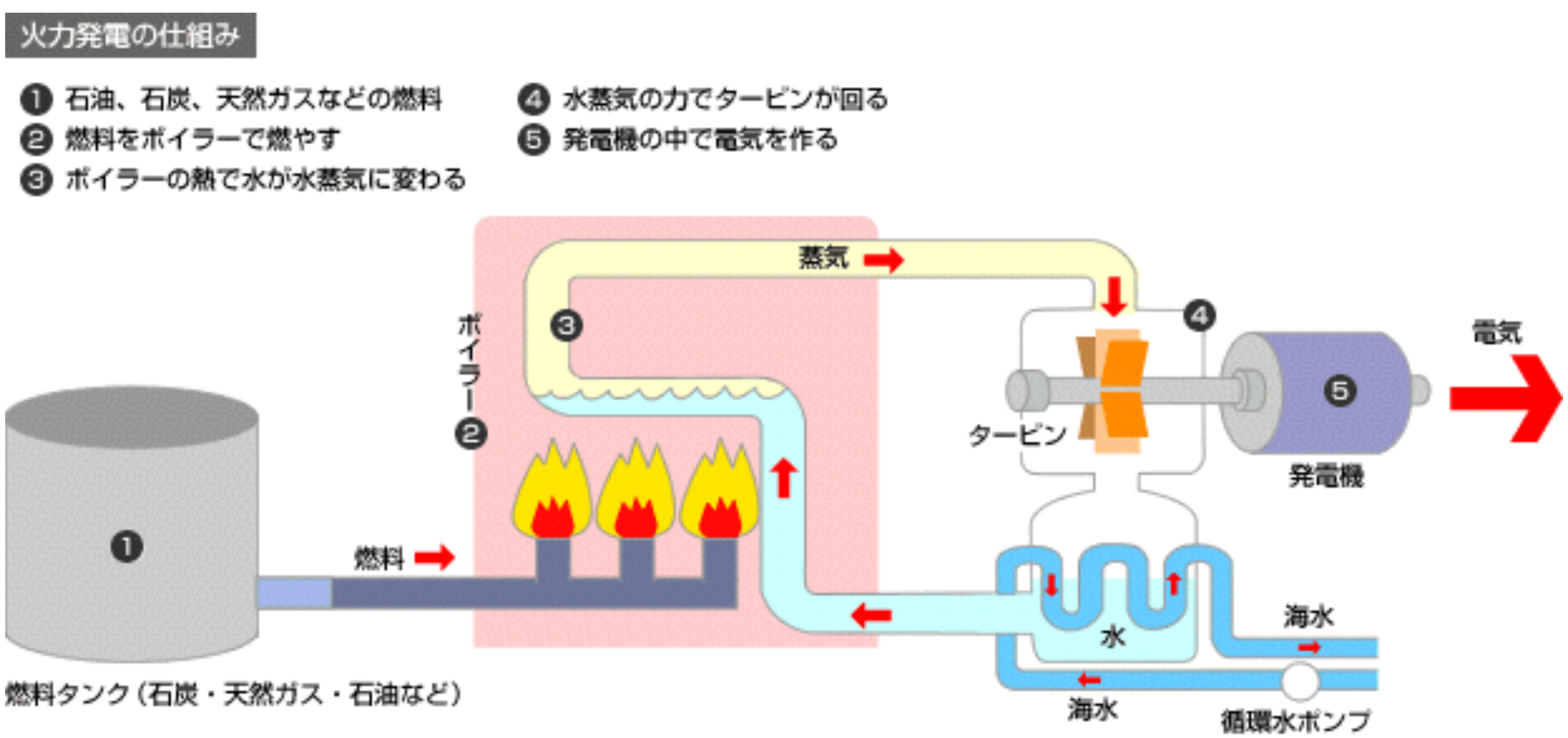
- エネルギー:「仕事をする能力」を示す量

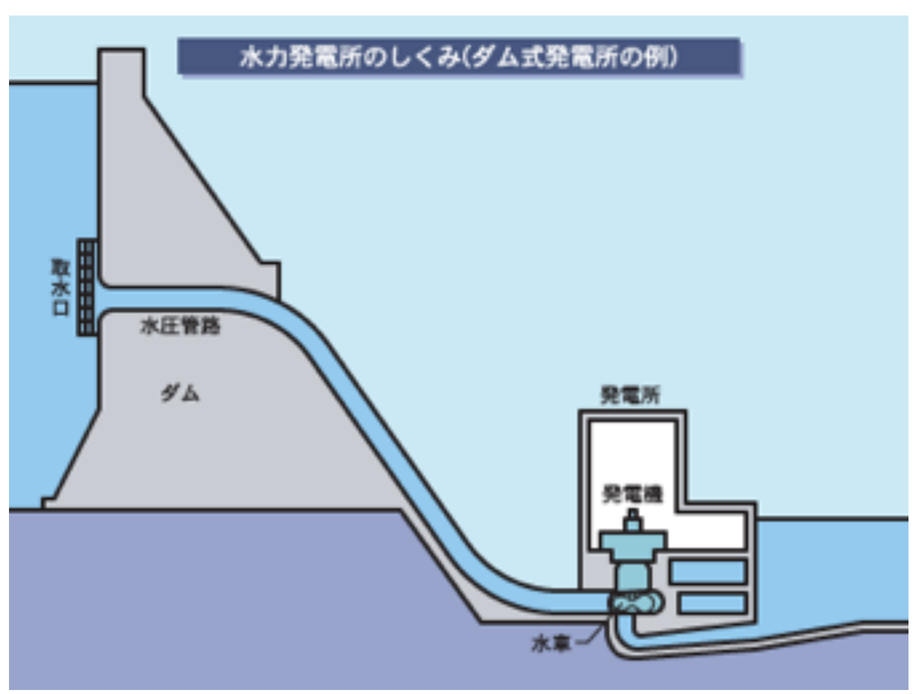
$F \times s$

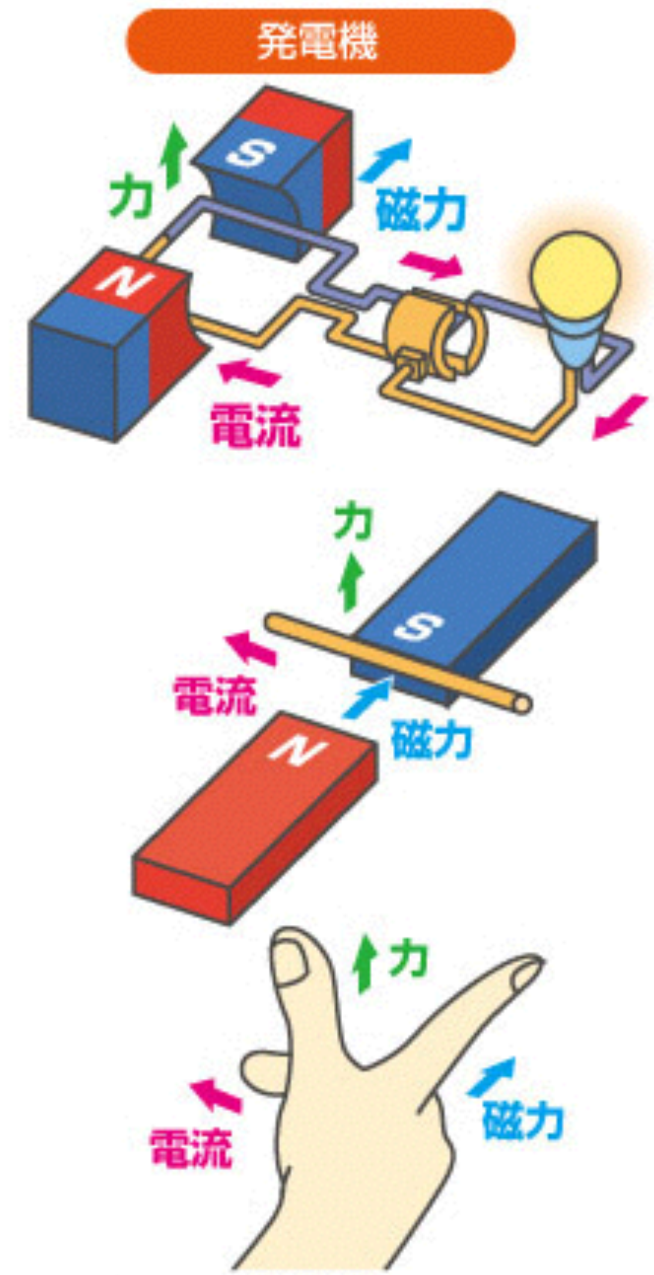
運動エネルギー, 位置エネルギー
熱エネルギー（内部エネルギー）
電気エネルギー, 化学エネルギー

余談

復







磁石（磁力）と力（回転）を使って
「電気（電流）」を発生させます。
「フレミングの右手の法則」
といいます。

エネルギーって何？　復

- エネルギー:「仕事をする能力」を示す量

$F \times s$

運動エネルギー, 位置エネルギー
熱エネルギー（内部エネルギー）
電気エネルギー, 化学エネルギー

力学的エネルギー

＝位置エネルギー ＋ 運動エネルギー

$$U = mgh$$
$$= -G\frac{m_1 m_2}{r}$$
$$= \frac{1}{2}kx^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

エネルギー保存則？　②

Q: 何故エネルギー保存則を考えるの？

A: 運動方程式をいちいち解くのが面倒だから

Q: エネルギー保存則はどうやって導くの？

A: 仕事に仲立ちをしてもらいます

運動エネルギーと 仕事 の関係

仕事 と位置エネルギーの関係

運動エネルギーと仕事の関係　③

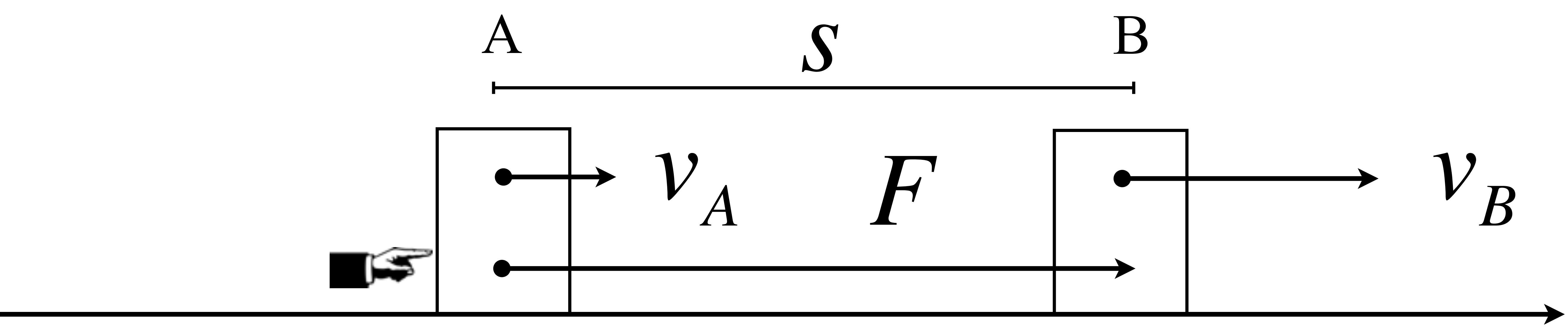
- 仕事をされると運動エネルギーは増加する

B での運動エネルギー

仕事

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A\to B} = Fs$$

A での運動エネルギー



位置エネルギーと仕事の関係　④

- 位置エネルギー＝保存力が果たせる仕事

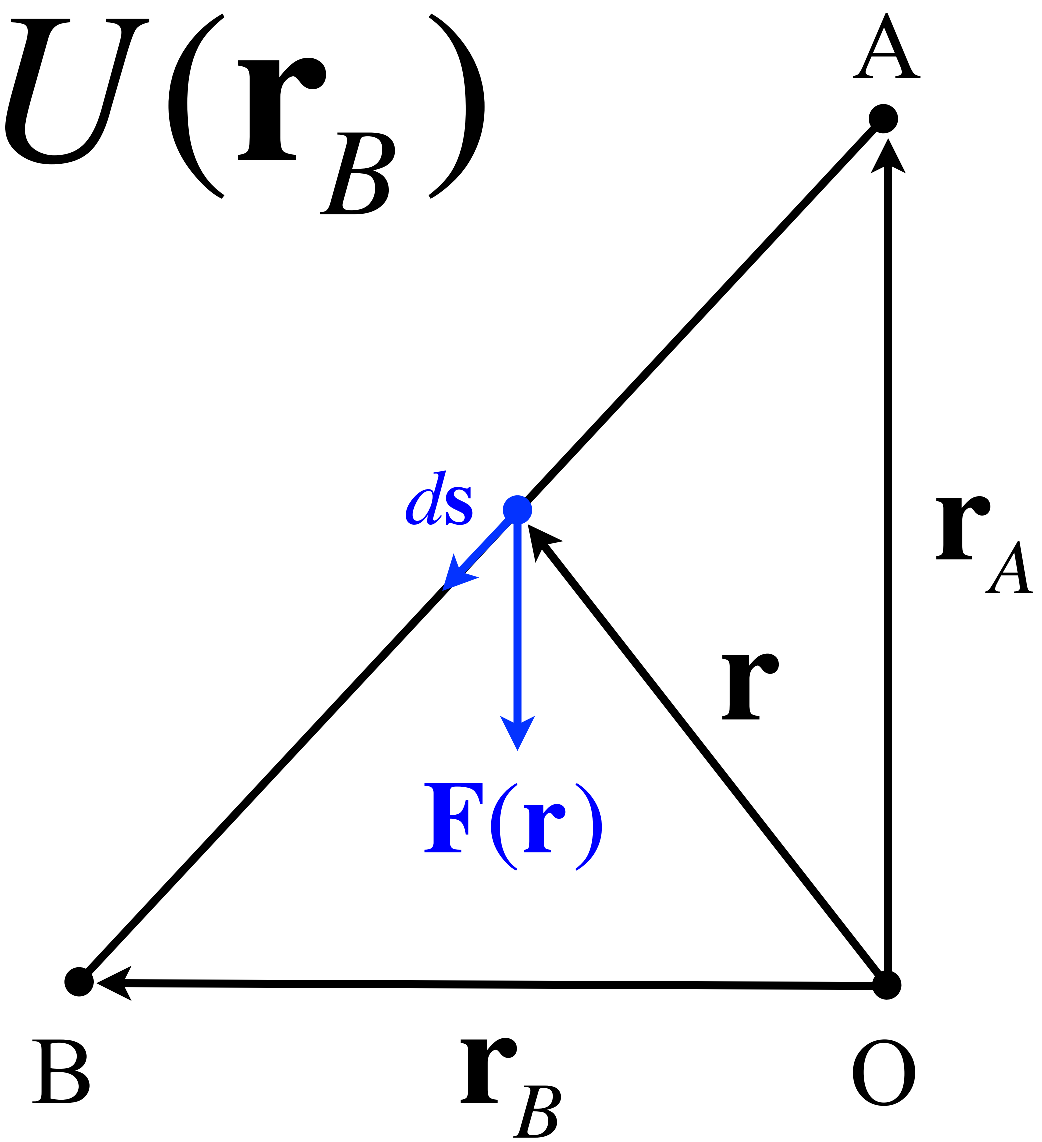
ポテンシャル（潜在的）

A の位置エネルギー　　B の位置エネルギー

$$W_{A\to B} = U(\mathbf{r}_A) - U(\mathbf{r}_B)$$

$$\int_A^B \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

保存力がする仕事



まとめてみると ⑤

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=\boxed{W_{A\to B}}$$

仕事が仲立ちをして,
ふたつのエネルギーを繋ぐ

$$\boxed{W_{A\to B}}=U(\mathbf{r}_A)-U(\mathbf{r}_B)$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=U(\mathbf{r}_A)-U(\mathbf{r}_B)\right)$$

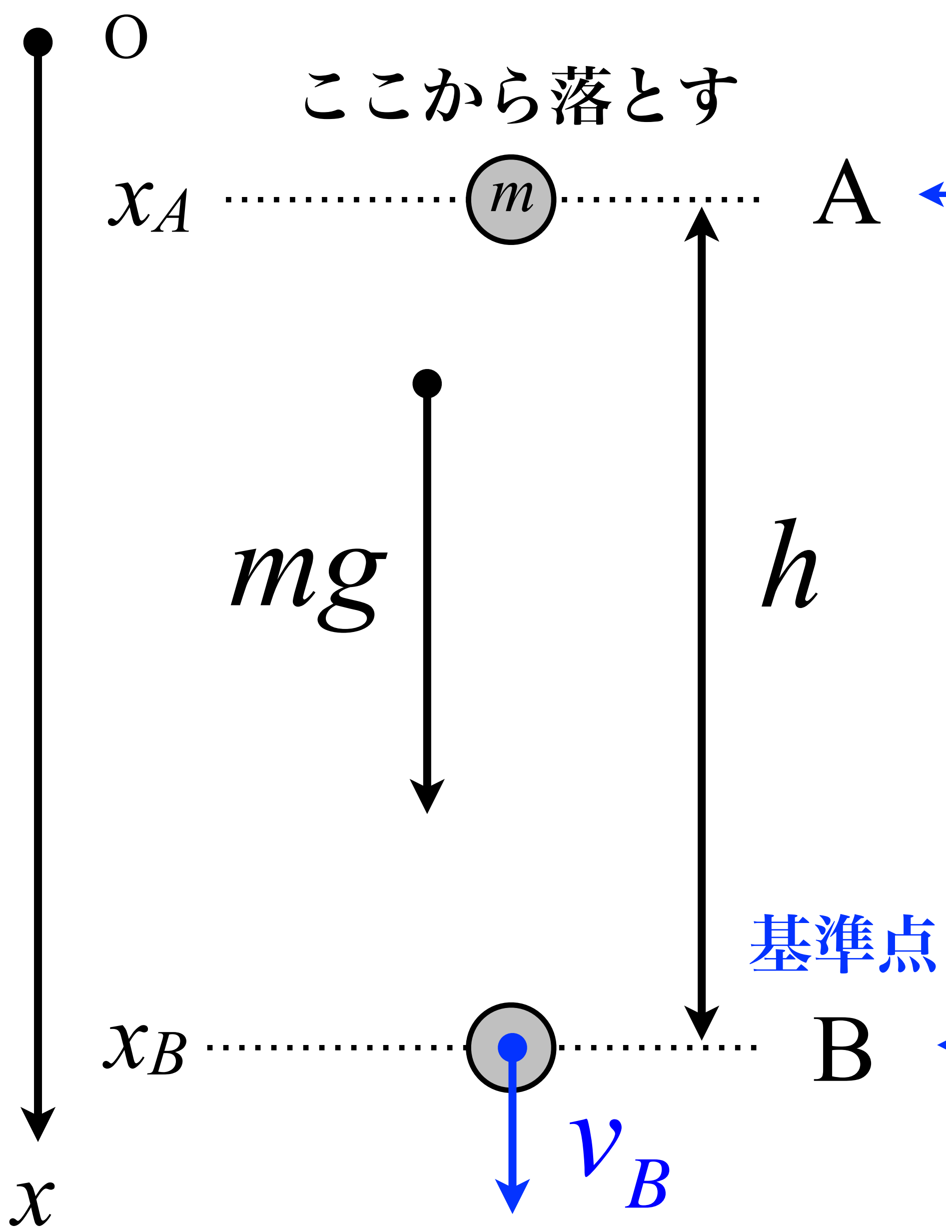
力学的エネルギー保存則

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_B^2+U(\mathbf{r}_B)}_{\text{B での力学的エネルギー}}=\underbrace{\frac{1}{2}mv_A^2+U(\mathbf{r}_A)}_{\text{A での力学的エネルギー}}=\mathrm{Const.}$$

自由落下を保存則で考える ⑥

- 点 A から質量 m の質点を初速 0 で自由落下

B に到達した時の速度は?



重力による位置エネルギー: mgh

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

運動エネルギー: $\frac{1}{2}mv_B^2$

位置エネルギーを持てる力　復

- 点 r にある質点に働く力 F が質点の位置 r だけで決まり F(r) と書ける場合: 保存力

重力: $F = mg$

位置の関数ではなく, 定数であるが, 他の物理量に依存している訳ではない!

弾性力: $F = -kx$

位置座標

万有引力: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

じゃあ, 非保存力は？ 復

- 力 F が質点の位置 r 以外の物理量に依存

: 非保存力

粘性抵抗　　慣性抵抗

空気抵抗: $\mathbf{F} = -\lambda\mathbf{v} - \kappa v\mathbf{v}$ 速度に依存している！

動摩擦力: $F = \mu' mg$

実は働く方向が速度に依存している！

保存力であるとは言えない

垂直抗力 N が mg の場合

非保存力が働くとどうなる？　⑦

- 運動エネルギーは, 保存力だろうが非保存力だろうが, された仕事の分だけ変化する

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=\underbrace{\overset{\text{保存力による仕事}}{W^{\text{保}}_{A\to B}}+\overset{\text{非保存力による仕事}}{W^{\text{非}}_{A\to B}}}_{\text{この部分と位置エネルギーの関係は？}}$$

非保存力が働くとどうなる？ ⑧

- 位置エネルギーに関しては分けて考える

$$W_{A\to B}^{\text{保}} + W_{A\to B}^{\text{非}} = U(\mathbf{r}_A) - U(\mathbf{r}_B)$$

$$+\int_A^B \mathbf{F}_{\text{非}} \cdot d\mathbf{s}$$

非保存力のする仕事

まとめると ⑨

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=\boxed{W_{A\to B}^{\text{保}}+W_{A\to B}^{\text{非}}}$$

$$\boxed{W_{A\to B}^{\text{保}}+W_{A\to B}^{\text{非}}}=U(\mathbf{r}_A)-U(\mathbf{r}_B)+\int_A^B \mathbf{F}_{\text{非}}\cdot d\mathbf{s}$$

A→B 間で, 非保存力がした仕事だけ

質点の力学的エネルギーが変化する

$$\frac{1}{2}mv_B^2+U(\mathbf{r}_B)=\frac{1}{2}mv_A^2+U(\mathbf{r}_A)+\int_A^B \mathbf{F}_{\text{非}}\cdot d\mathbf{s}$$

注意！

⑩

- 力学的エネルギー保存則が成り立つのは，作用する力が非保存力を含まない場合のみ

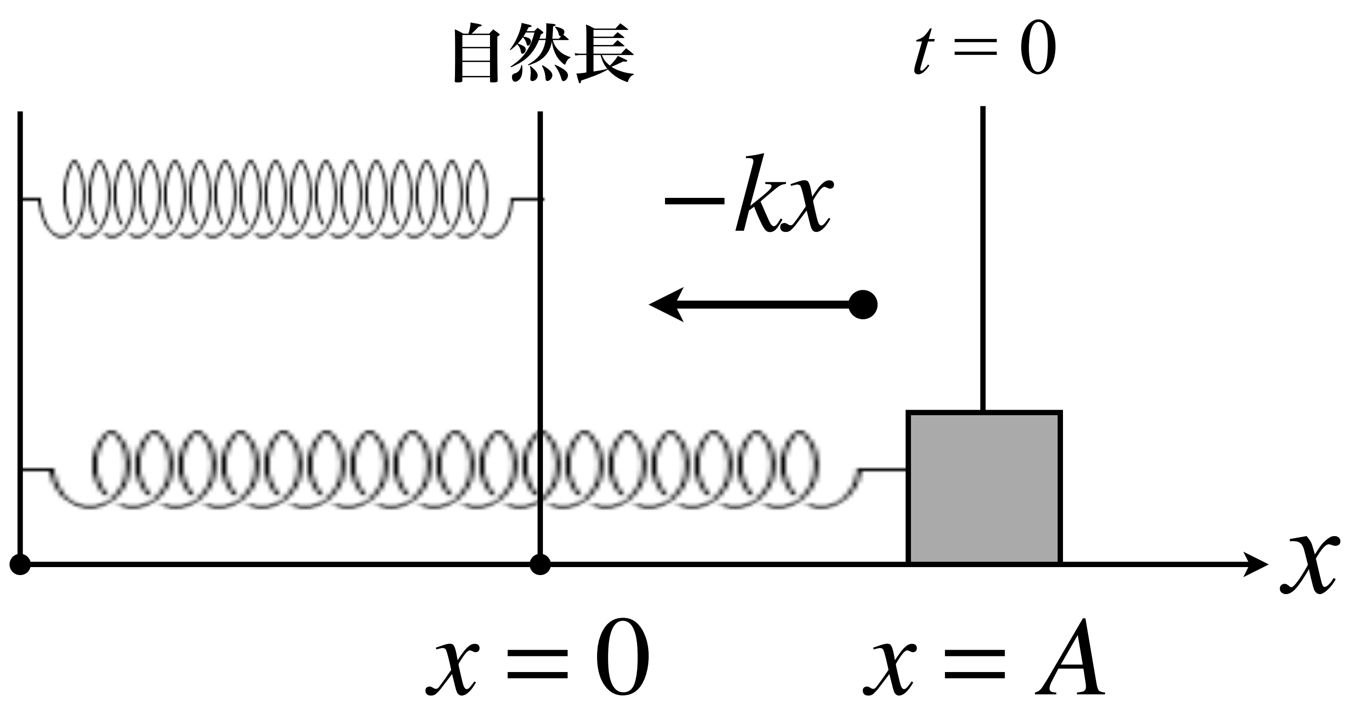
- 非保存力が質点に作用する場合は，非保存力のする仕事だけ力学的エネルギーが変化

保存力が働く場合は...

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + U(\mathbf{r}_B) = \frac{1}{2}mv_A^2 + U(\mathbf{r}_A) + \int_A^B \mathbf{F}_{\text{非}} \cdot d\mathbf{s}$$

最後にもうひとつ実例を ⑪

- 水平な台の上においたバネと質点を考える



保存力

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$$: 運動方程式

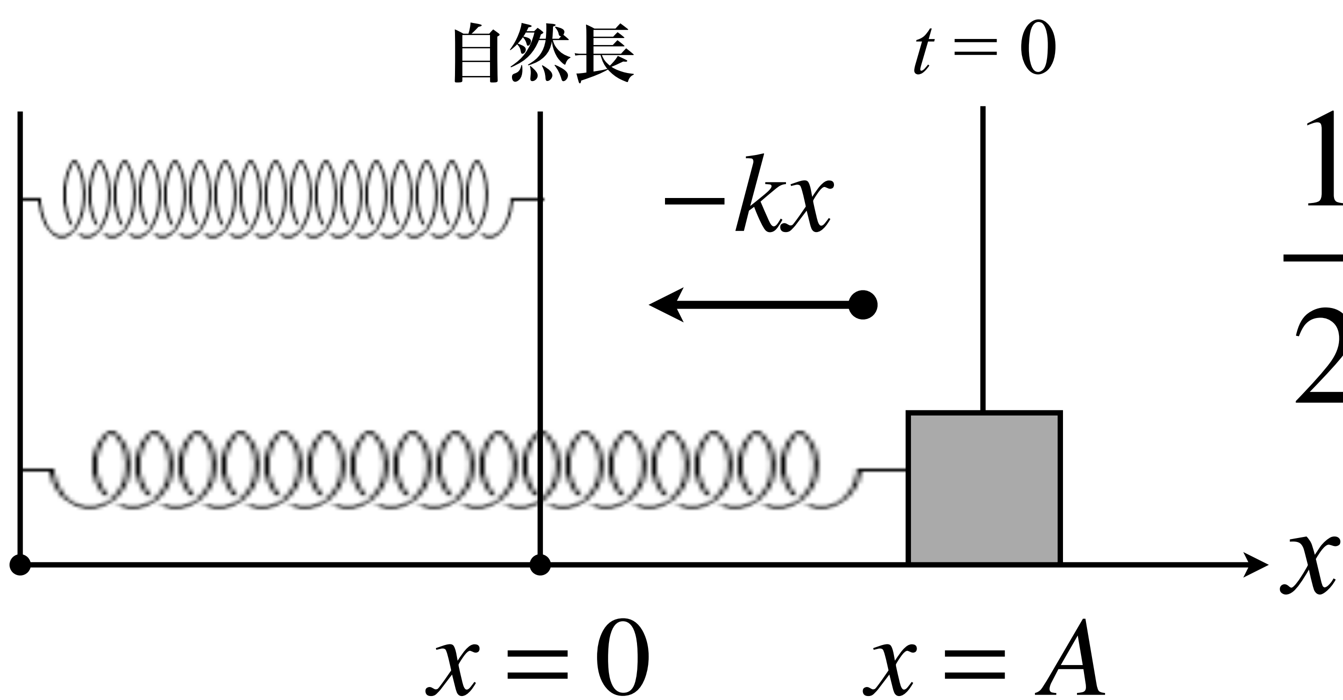
$$\Leftrightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}x=-\omega^2 x$$

A だけ引っ張って静かに離す

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\mathrm{Const.}=\frac{1}{2}kA^2$$

何がうれしいか？ ⑫

- 任意の x における **“速さ”** を求められる



$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2$$

: エネルギー保存則

$x=0$ のときは $\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kA^2 \longrightarrow v=\sqrt{\frac{k}{m}}A$

$x=A/2$ のときは $\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{8}kA^2 \longrightarrow v=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}A$