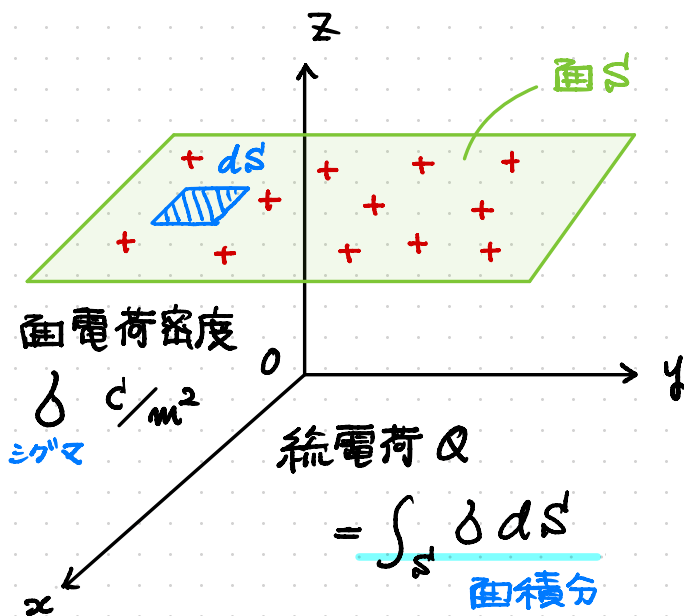
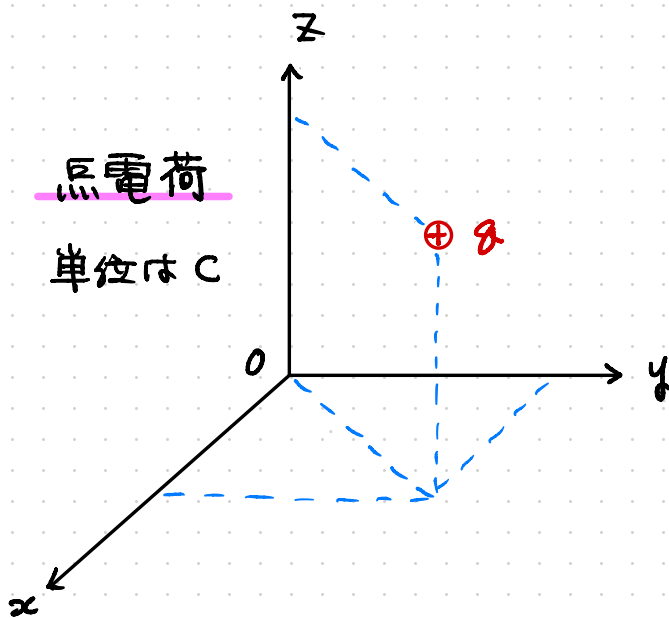
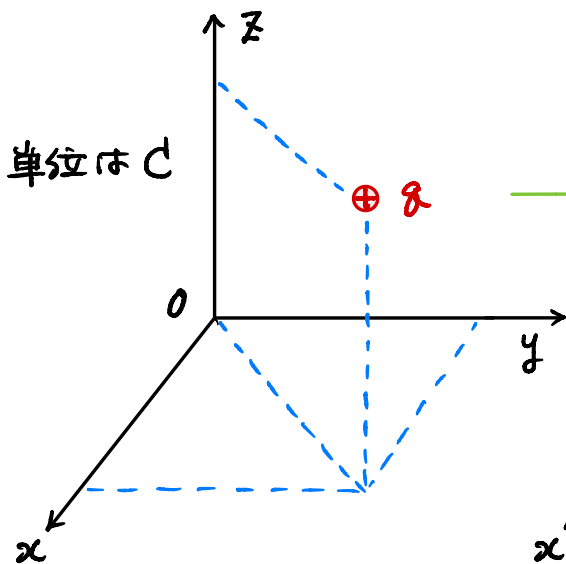
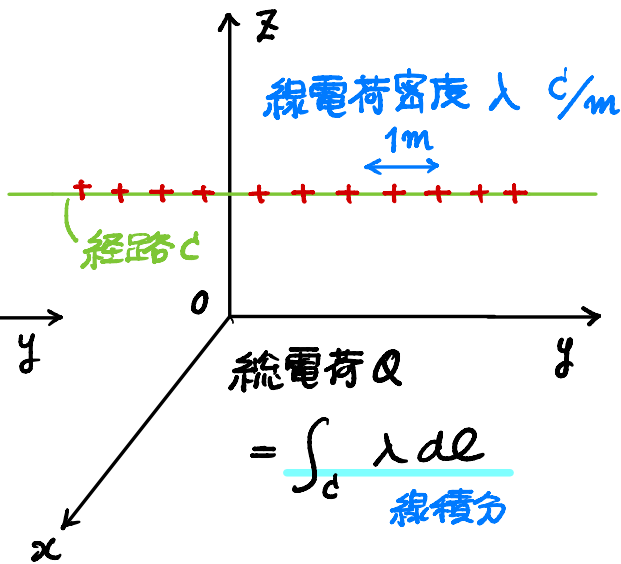




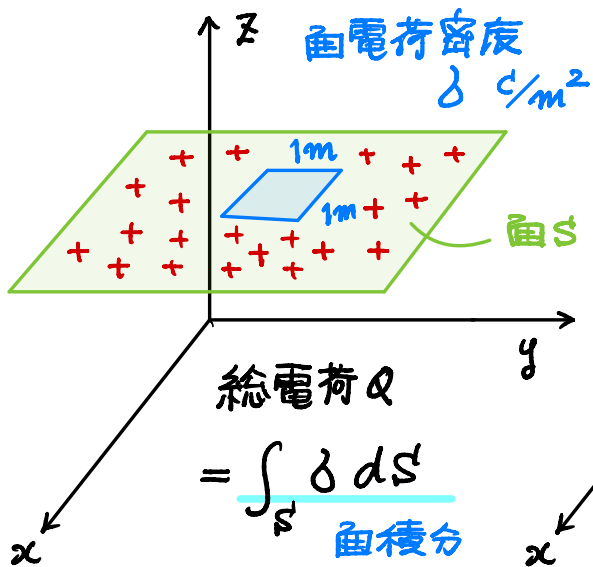
(a) 点電荷



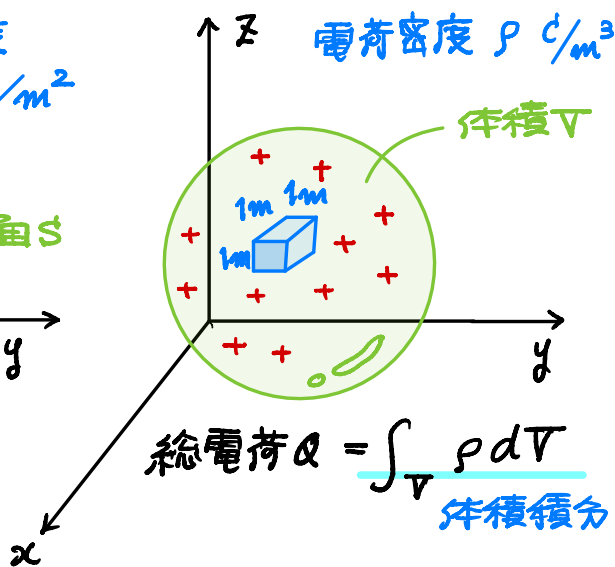
(b) 線電荷分布



(c) 面電荷分布



(d) 3次元の電荷分布



式 (3.1)

力の大きさ

$$F = |F| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (3.1)$$

定数

電荷の大きさに比例

距離の2乗に反比例

式 (3.2)

電荷量に比例

$|r_1|$ に沿った方向

$$F = \frac{Q Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|r_1|}{|r_1|^3} + \frac{Q Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{|r_2|}{|r_2|^3} + \dots + \frac{Q Q_n}{4\pi\epsilon_0} \frac{|r_n|}{|r_n|^3}$$

Q_1 に与える力 Q_2 に与える力 Q_n に与える力

距離の2乗に反比例

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i |r_i|}{|r_i|^3} \quad (3.2)$$

全ての電荷についての足し合わせ

图 3.1

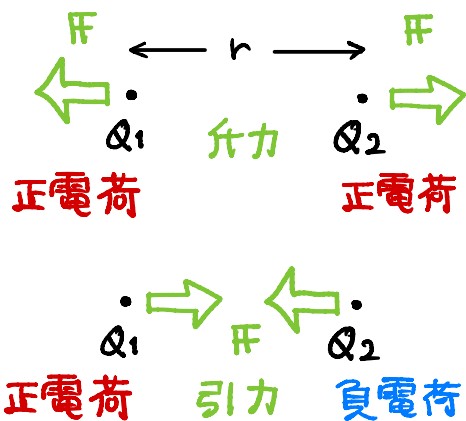
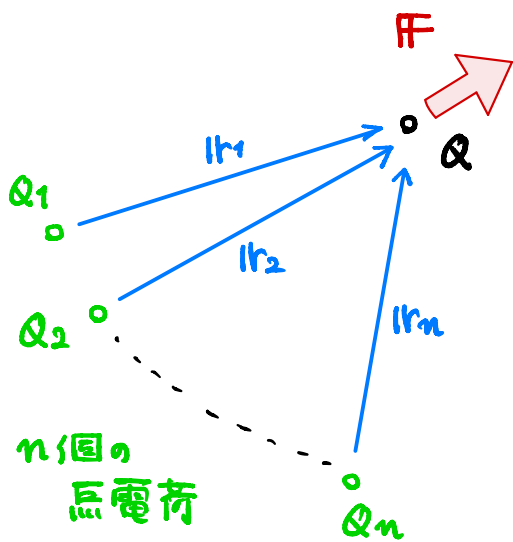


图 3.2



例題 3.1 正三角形の頂点にある点電荷にはたらく力 F を求める

頂点にある電荷は x 軸上の 2 つの電荷からそれぞれ F_1, F_2 という力を受け、トータルの力 F はその合力になるので以下のように書くことができる

$$F = F_1 + F_2 = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{|r_1|}{|r_1|^3} + \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{|r_2|}{|r_2|^3}$$

$|r_1| = |r_2| = a$ なので

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} (|r_1| + |r_2|)$$

となる。ここで、ベクトル r_1, r_2 は下の通りに書ける。

x 方向の単位ベクトル

$$r_1 = \frac{a}{2} \hat{e}_x + \frac{\sqrt{3}}{2} a \hat{e}_y, \quad r_2 = -\frac{a}{2} \hat{e}_x + \frac{\sqrt{3}}{2} a \hat{e}_y$$

x 成分 y 成分 y 方向の単位ベクトル

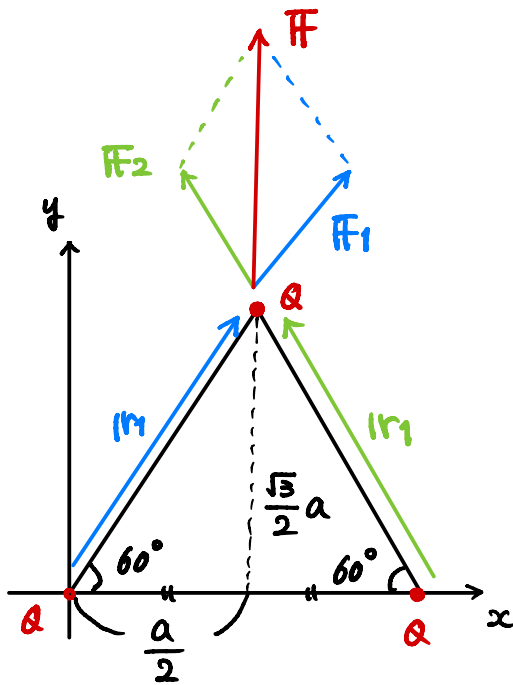
↑ r_1 とは 2 の符号が逆になっている

r_1 と r_2 を F の式に代入すると、以下のように F が求まる

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \sqrt{3} a \hat{e}_y = \frac{\sqrt{3} Q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} \hat{e}_y$$

x 成分は相殺して y 成分のみが残る

3.3



式 (3.3)

電荷 Q_1 と Q_2 の間にはたらく力

Q_1 が Q_2 から受ける力の向きと大きさ

Q_1, Q_2 のみが存在して力を及ぼしあっている

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad (3.3)$$

Diagram: Two points, Q_2 on the left and Q_1 on the right. A blue arrow labeled $\vec{r}$ points from Q_2 to Q_1 . Below Q_1 , a red arrow labeled $\vec{F}$ points to the right.

「遠隔相互作用」

Q_1 と Q_2 ははなれて

存在しているので

(Q_1, Q_2 が
同符号のとき)

Q_1, Q_2 のみが存在して力を及ぼしあっている

$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad (3.3)$$

$$= Q_1 \left(\frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \right) \quad (3.4)$$

Q_2 がまわりの空間につくり出す「何か」

Q_1 は Q_2 がつくり出した「何か」において力を受ける

式(3.4)

電荷 Q_1 と Q_2 の間にはたらく力

の形を少しかきかえてみる

$$F = Q_1 \left(\frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1r}{|r|^3} \right) \quad (3.4)$$

STEP 1

Q_2 が まわりの空間 につくり出す「何か」

Q_1 は Q_2 が つくり出した「何か」 において力を受ける

STEP 2

「電場相互作用」

↑ 電荷 Q_1 の場所 に Q_2 が つくり出した

「何か」 が 存在しているので

□ この「何か」のことを「電界」と呼び E で表す

大きさとか向をもつ

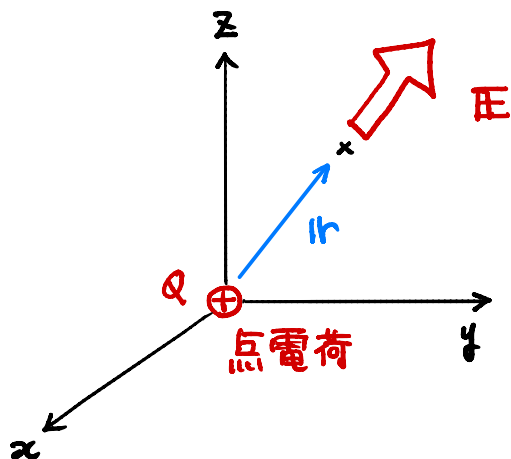
E は Q_1 が あろうが なくても

空間の全ての場所にできる

ベクトル量なので太字

それを感じて力を受けるかどうかは Q_1 の看合

図 3.4



式 3.5

大きさが電荷量に比例

$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{|r|^3}$

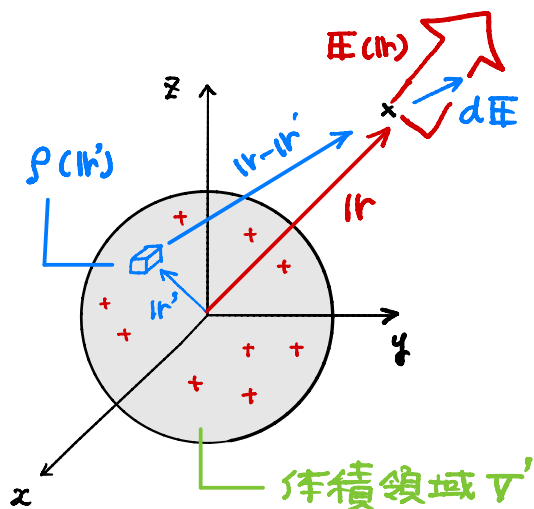
r に平行な方向を向く

大きさが距離の2乗に反比例

(3.5)

図 3.3 と 式 (3.6)

電界の一般的な表現



dV , 単位は m^3
 微小体積の箱の中の
 電荷が作る微小電界 dE は

$$\rho(r') dV$$

電荷密度 C/m^3

$$dE = \frac{\rho(r') dV}{4\pi\epsilon_0} \frac{r-r'}{|r-r'|^3}$$

微小体積の場所を
 原点とした時の
 位置ベクトル

体積領域 V' について体積分すると

トータルの電界 $E(r)$ が求まる

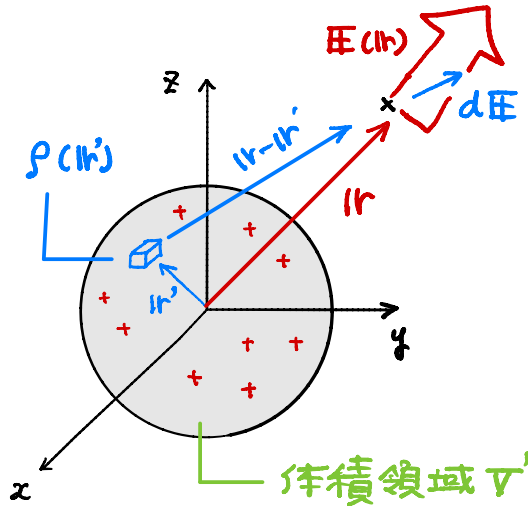
$$E(r) = \int_{V'} \frac{\rho(r')}{4\pi\epsilon_0} \frac{r-r'}{|r-r'|^3} dV \quad (3.6)$$

位置ベクトル r' の場所の電荷密度 ρ

r' についての体積分をやる (13.13 は r' についての足し合わせ)

最終的には r' が消えて r のみの関数になる
 E が場所 r の関数として与えられる

図 3.5



式 (3.6) (3.7)

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho(\mathbf{r}') dV}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (3.6)$$

微小電界
「≡電界」

微小体積 dV の中の総電荷

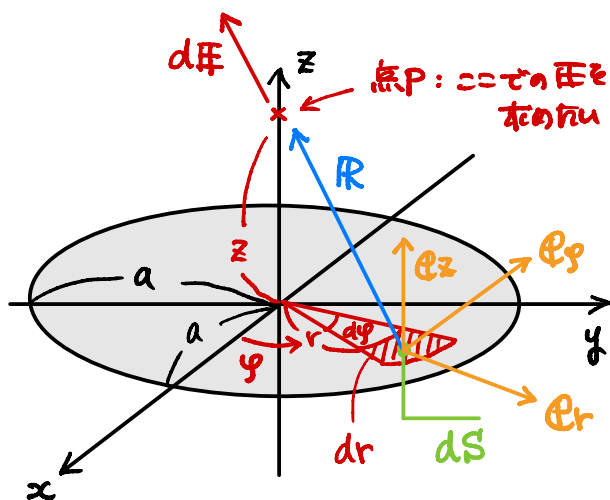
微小体積の場所を
原点とした時の位置ベクトル

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{V'} \frac{\rho(\mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \quad (3.7)$$

位置ベクトル $\mathbf{r}'$ の場所の電荷密度 ρ

例題2

円柱座標で半径 r の xy 面に微小面積を考える。面要素 dS は以下のようになる



$$dS = r dr d\phi$$

この微小面積 dS 上に存在する微小電荷 dQ は

$$dQ = \epsilon_0 dS$$

単位面積あたりの電荷量と表現できる

また, dS を基準とした時の点 P の位置ベクトル R は以下のようになる

$$R = -r \mathbf{e}_r + z \mathbf{e}_z$$

これらを用いると dS 上に存在する電荷 dQ が点 P にかかる微小電界 dE は以下のようになる

$$\begin{aligned} dE &= \frac{\epsilon_0 dS}{4\pi\epsilon_0} \frac{R}{|R|^3} = \frac{\epsilon_0 dS}{4\pi\epsilon_0} \frac{R}{|R|^3} \\ &= \frac{\epsilon_0 r dr d\phi}{4\pi\epsilon_0} \frac{-r \mathbf{e}_r + z \mathbf{e}_z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

($r^2 + z^2$)^{1/2}
R の長さなので

$$dQ = \sigma_0 dS$$

— 単位面積あたりの電荷量

続き

と書ける. あとは dE を円盤全体で積分すれば良い

$$\begin{aligned} E &= \int_S dE = \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_0 r dr d\varphi}{4\pi\epsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}} (-r\mathcal{E}_r + z\mathcal{E}_z) \\ &= \frac{\sigma_0 z \mathcal{E}_z}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\int_0^a \frac{r dr}{(r^2+z^2)^{3/2}}}_{r\text{ についての積分}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{\varphi\text{ についての積分}} = 2\pi \\ &= \frac{\sigma_0 z \mathcal{E}_z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-1}{(r^2+z^2)^{1/2}} \right]_0^a 2\pi \\ &= \frac{\sigma_0 z}{2\epsilon_0} \left(-\frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}} + \frac{1}{z} \right) \mathcal{E}_z \end{aligned}$$

円盤全体で積分する

r 方向の積分区間

φ 方向の積分区間

r 成分は1周積分すると打ち消し合って消えてしまうので r 成分は考えなくてOK

z 成分のみをもう1つ z 量に掛ける

微分面積を上手に求め

