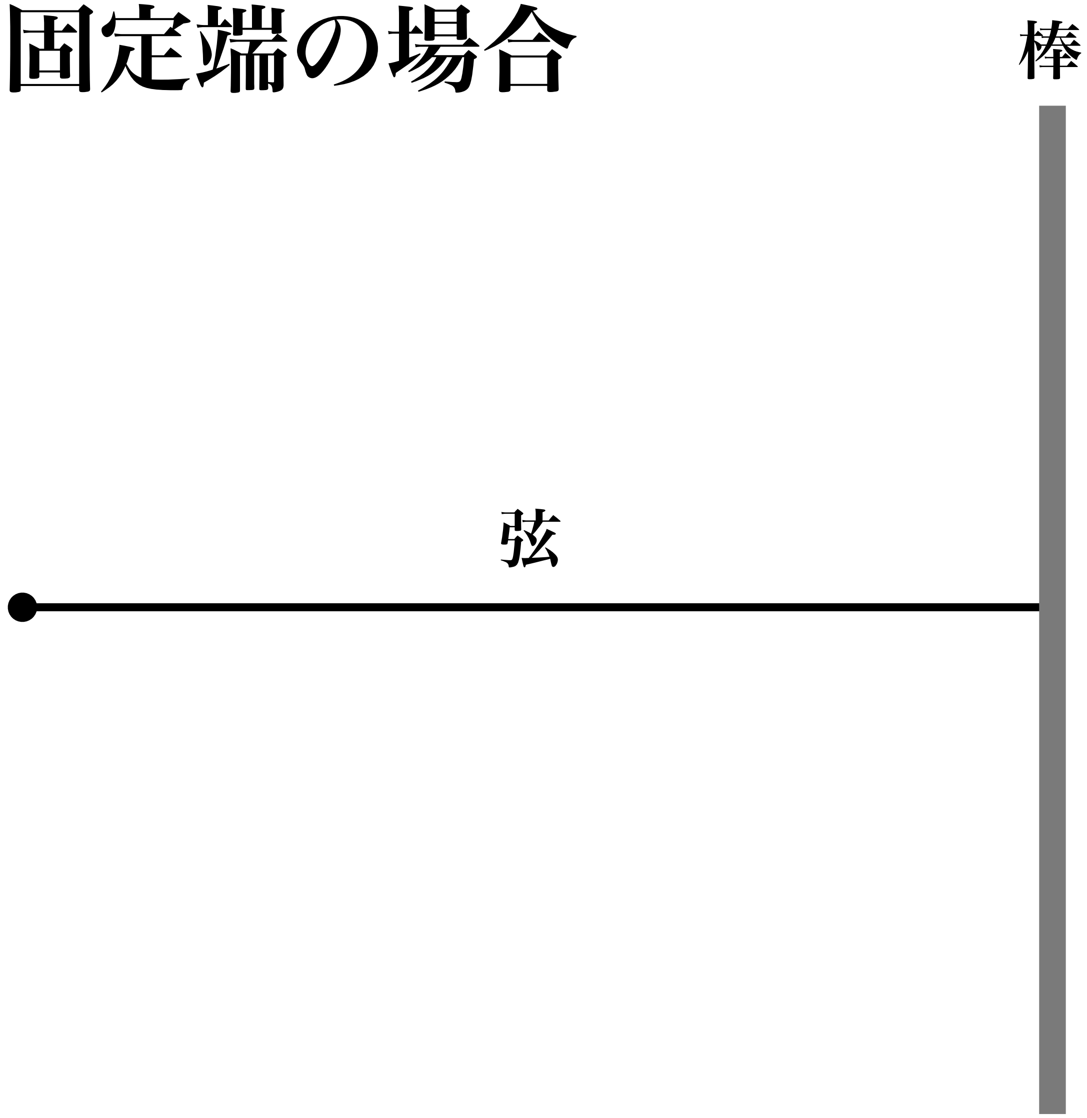
第 13 回 ①

物理学概論第一

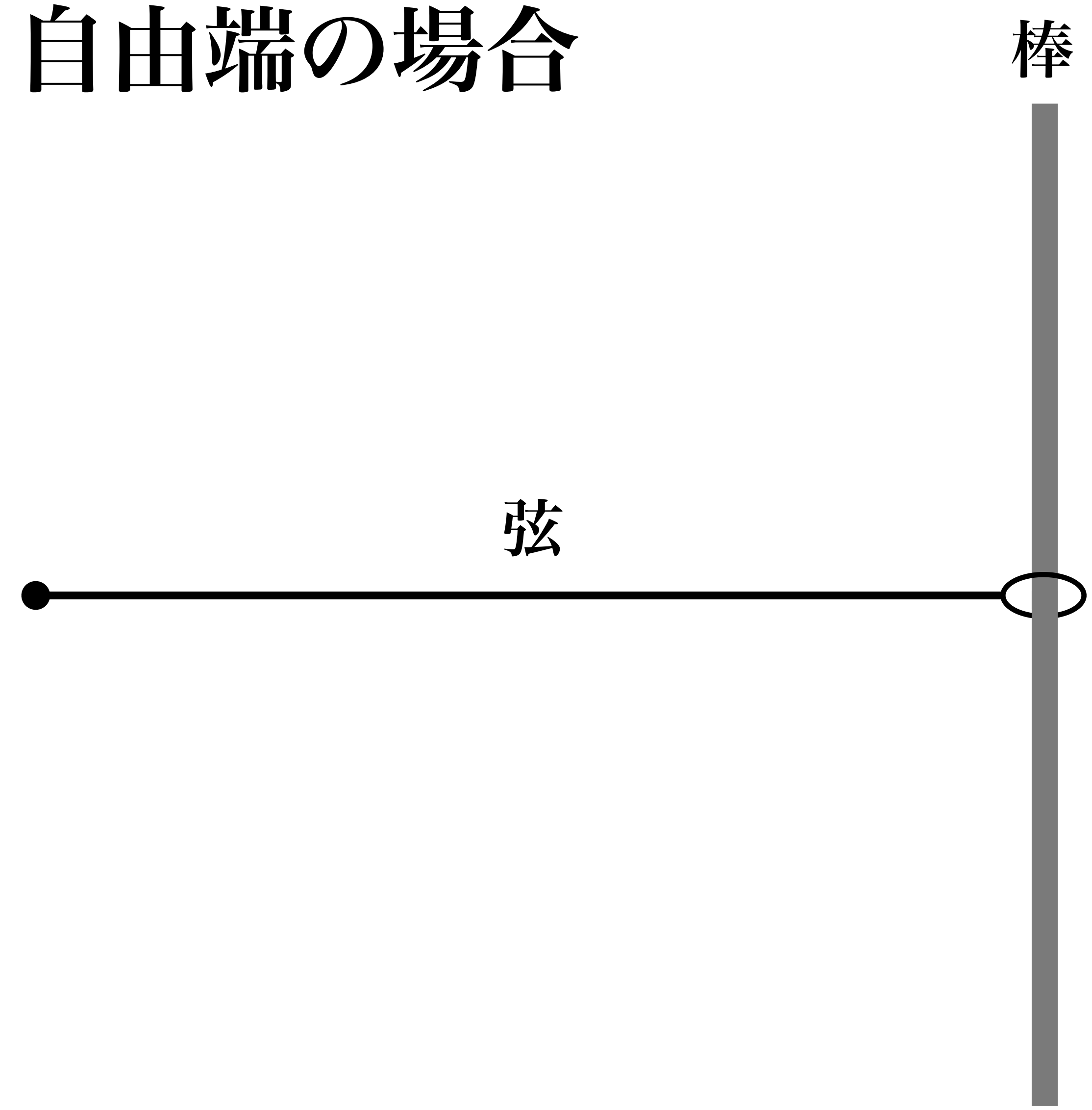
波の反射 - 固定端と自由端 ②

- 反射波の位相は, 境界面の性質により変わる
- 右端を棒に取り付けた弦の左端を横に振動

固定端の場合

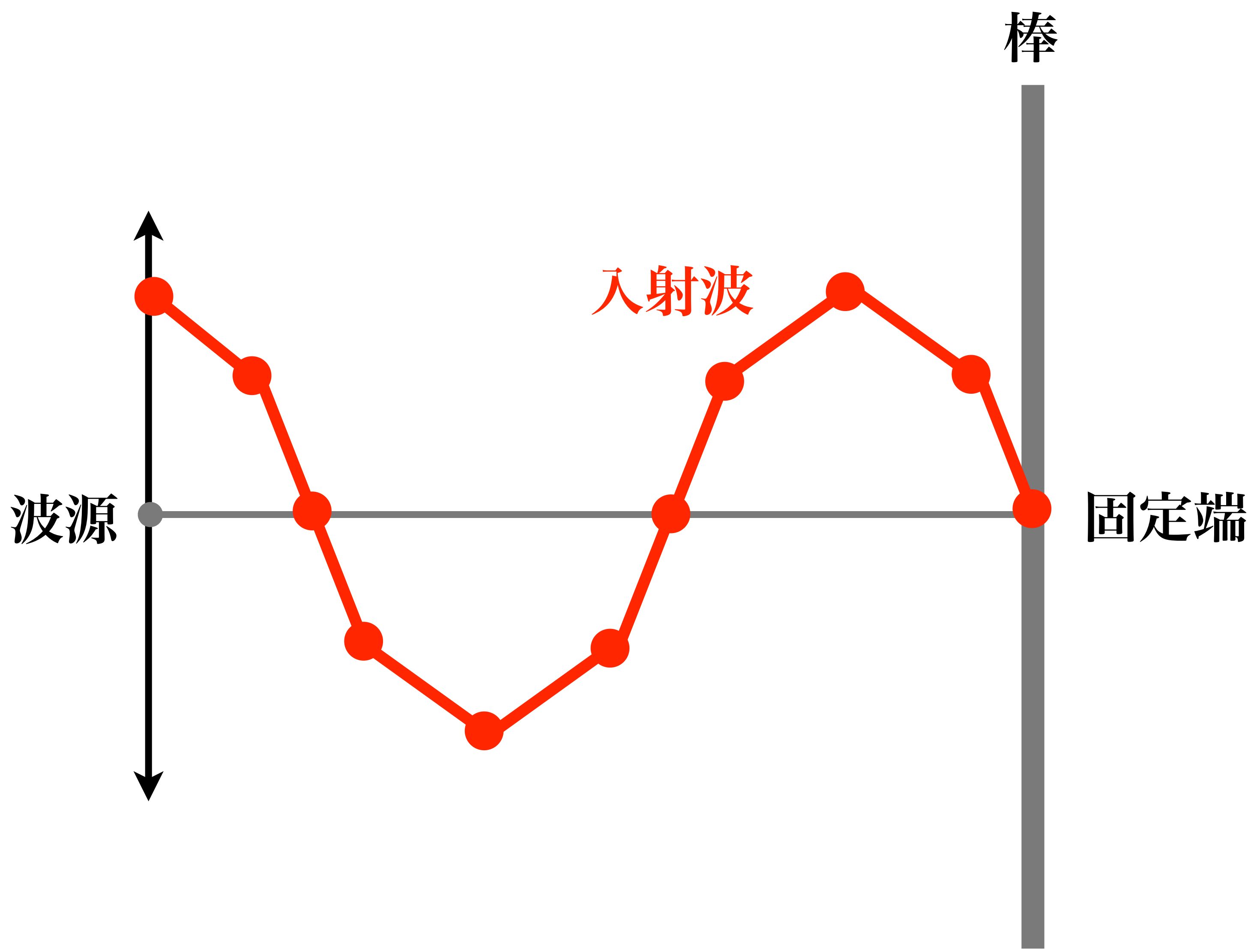


自由端の場合



固定端から考えてみる ③

- 波が入射すると, 媒質から固定端に力が作用
- 固定端は不動 → 固定端から媒質に逆向きの力が作用する



固定端での変位を考える　④

- **入射波** $A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ → **反射波** $B\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$

  合成波 $y(x,t)=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+B\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$

- **固定端を $x=0$ とすると, そこでの変位は 0**

$$y(0,t)=A\sin 2\pi\frac{t}{T}+B\sin 2\pi\frac{t}{T}=0$$

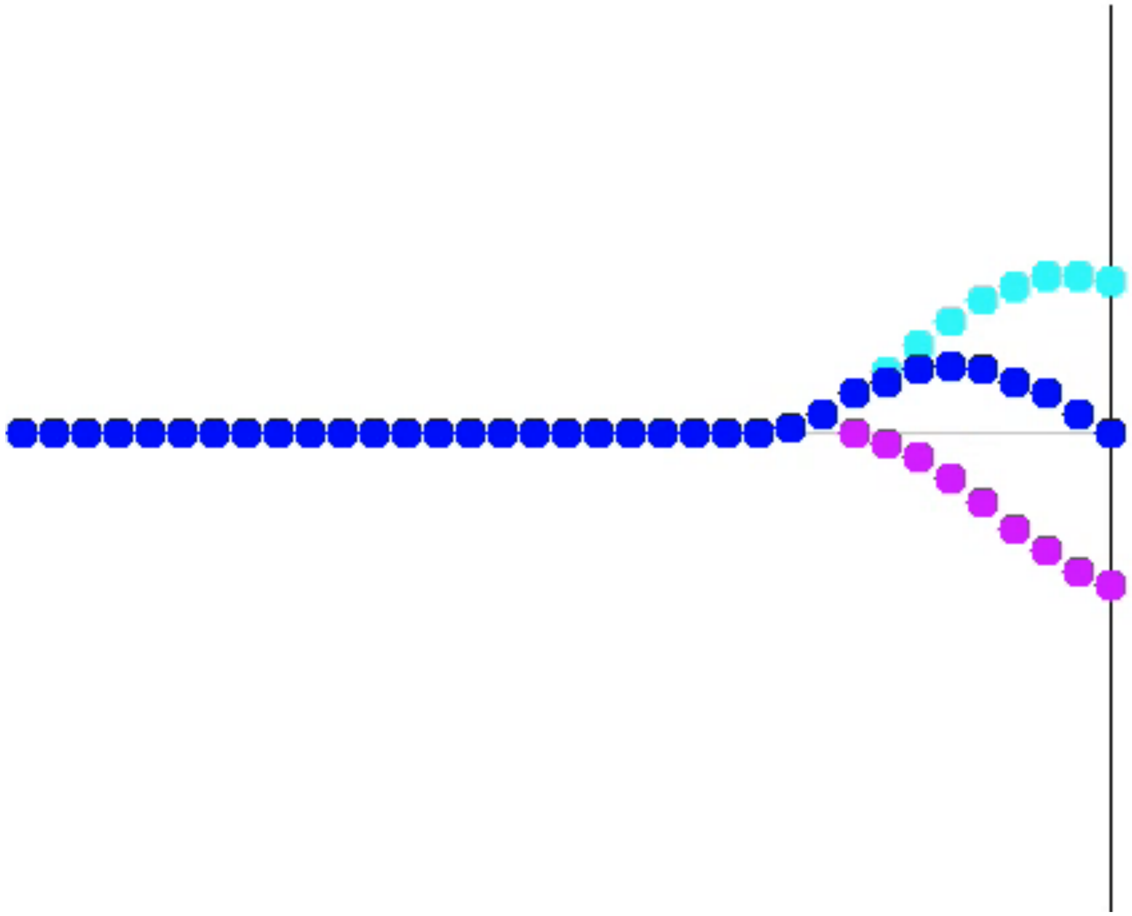
固定端からの反射波は？ ⑤

- 結局, 固定端における反射波は

$$B=-A \longrightarrow B\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)=-A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$$

入射波

$$A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$



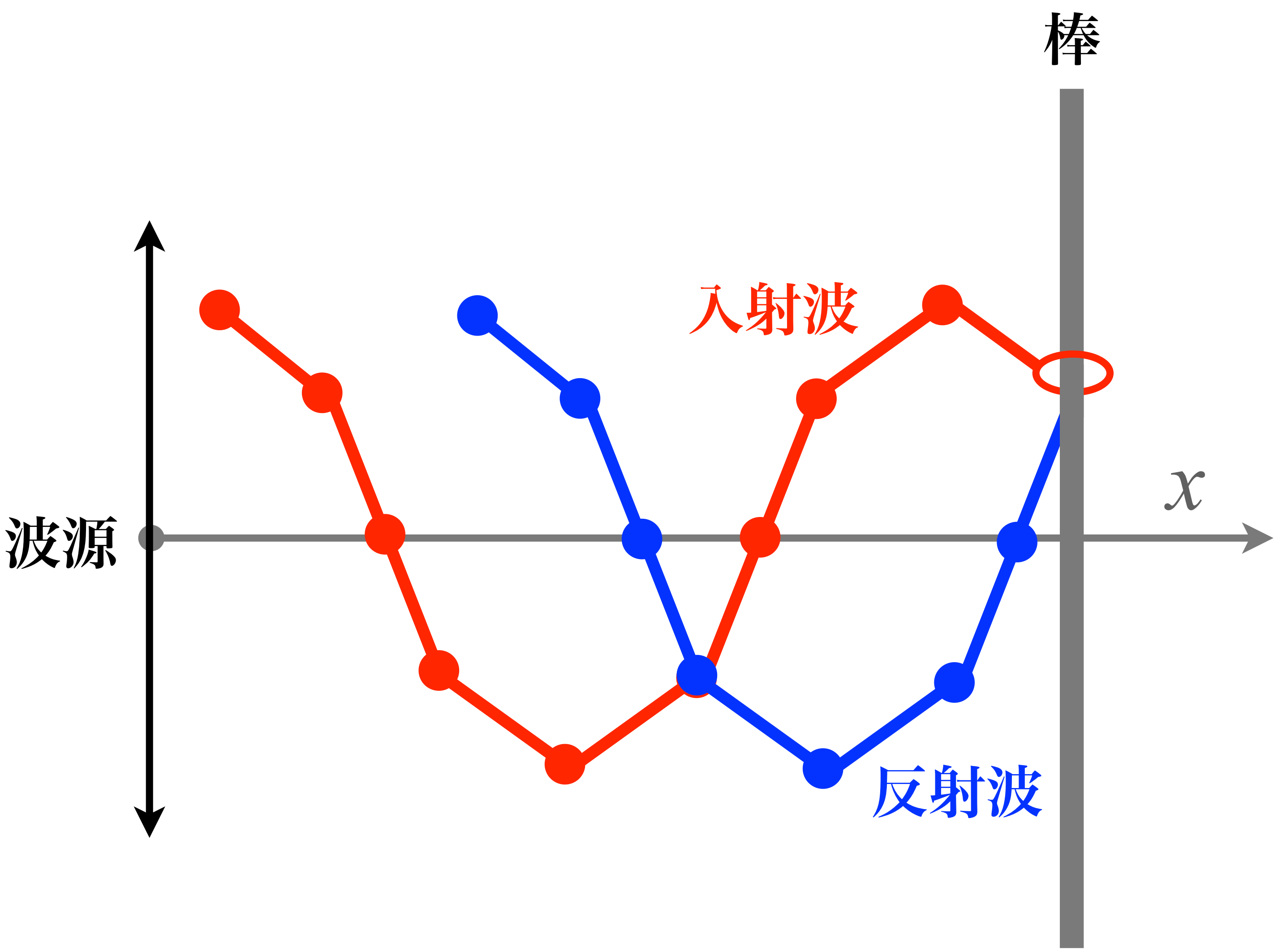
● 合成波 = 反射波 + 入射波

● 入射波

● 反射波

次は自由端

- 波が入射すると, 自由端は “自由” に運動
- つまり反射波と入射波と同位相で振動する



反射波（x 軸負の向きに進行）

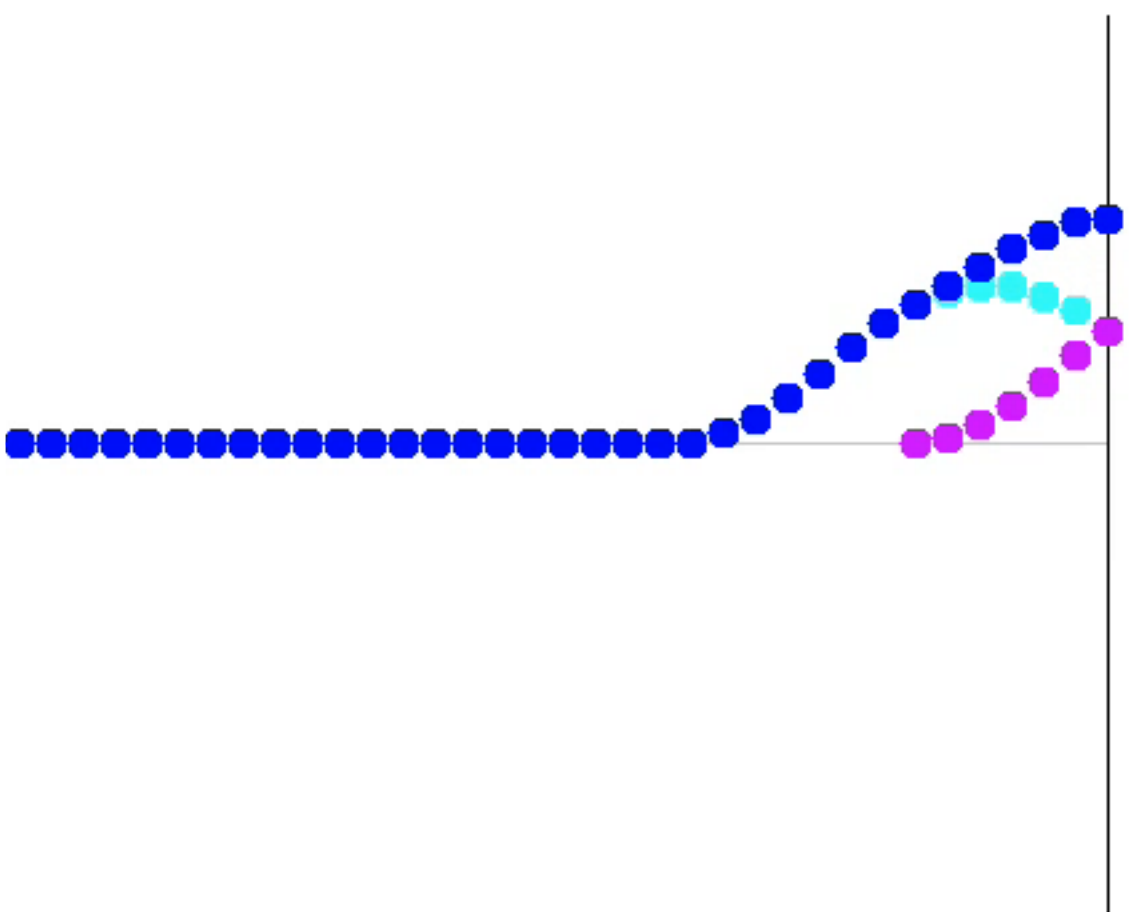
$$A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$$

入射波（x 軸正の向きに進行）

$$A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

自由端からの反射波は？ ⑦

- 反射波の位相は保存, x 負の方向に進行する



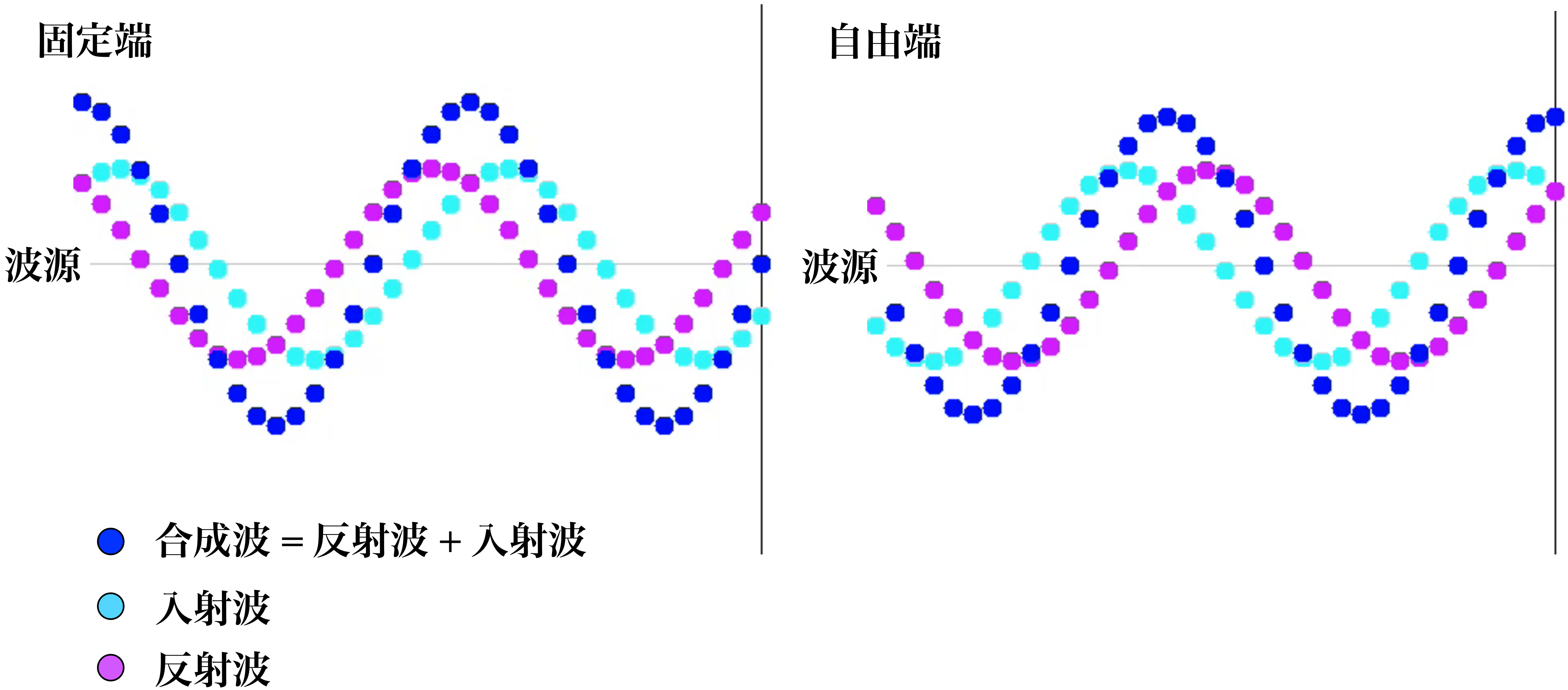
反射波（x 軸負の向きに進行）

$$A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$$

- 合成波＝反射波＋入射波
- 入射波
- 反射波

連続的な波の反射の様子 ⑧

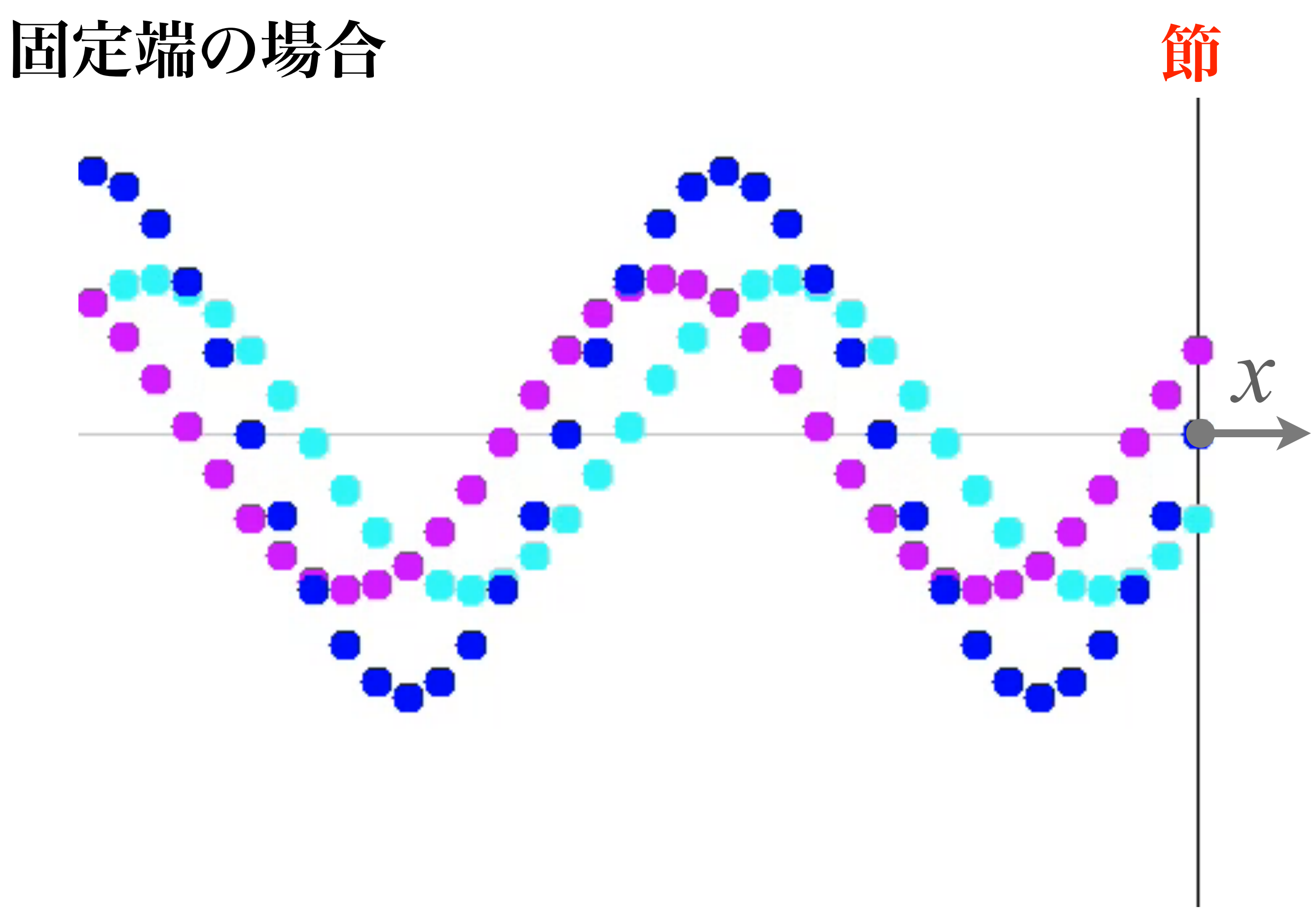
- 波長も f も λ も等しい正弦波が反対に進行
- 場所によって決まった振幅で振動, 進まない!

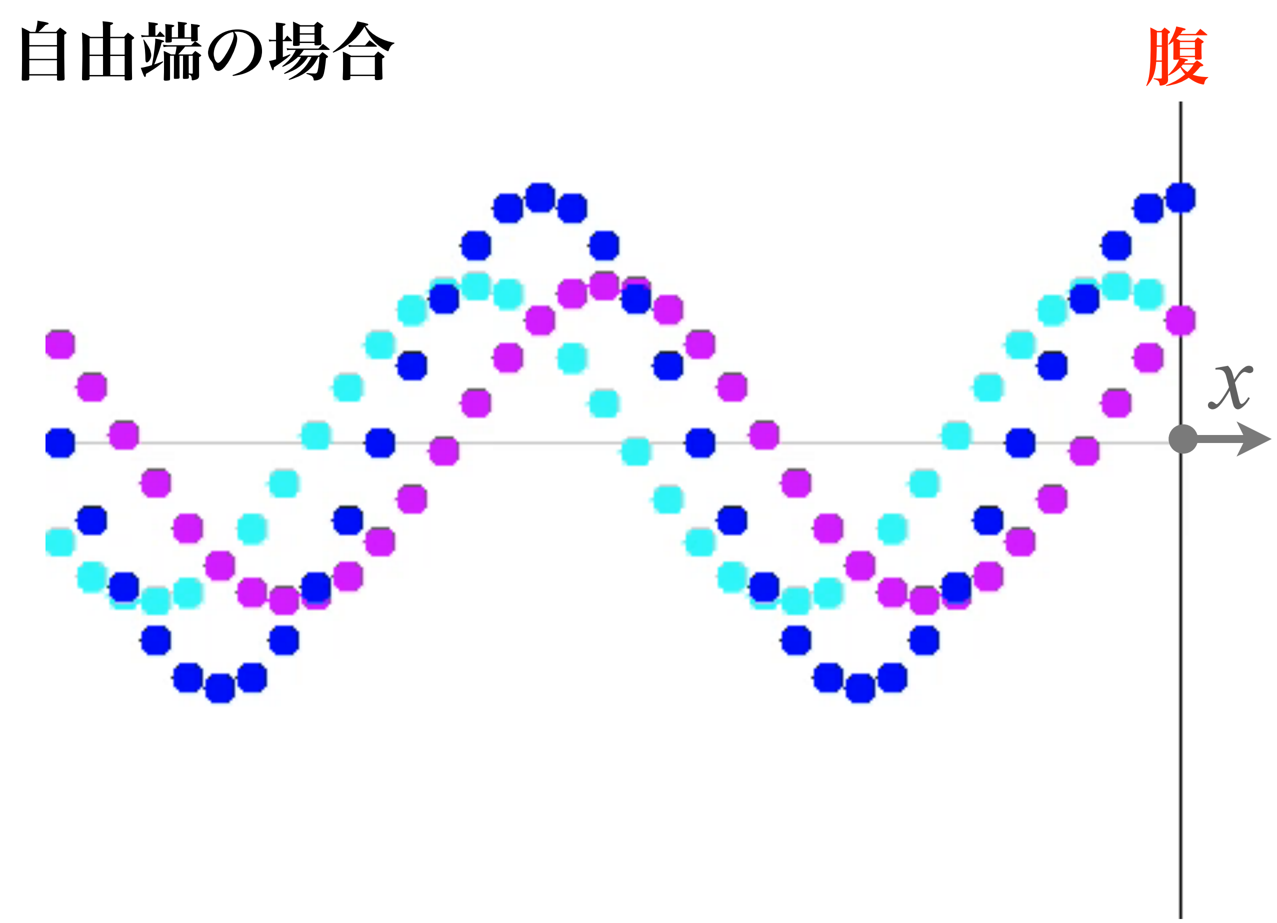


定在波の腹と節

⑨

- 振幅最大の場所を腹, 全く振動しない点を節
- 固定端は節, 自由端は腹になる





定在波の数学的導出 ⑩

- 入射波と反射波を $\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$ で合成

固定端

$$y(x,t)=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)-A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)=-2A\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

$\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}$ が最大, $2\pi\frac{x}{\lambda}=(n+\frac{1}{2})\pi \longrightarrow$

自由端

$$y(x,t)=A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)=+2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\sin 2\pi\frac{t}{T}$$

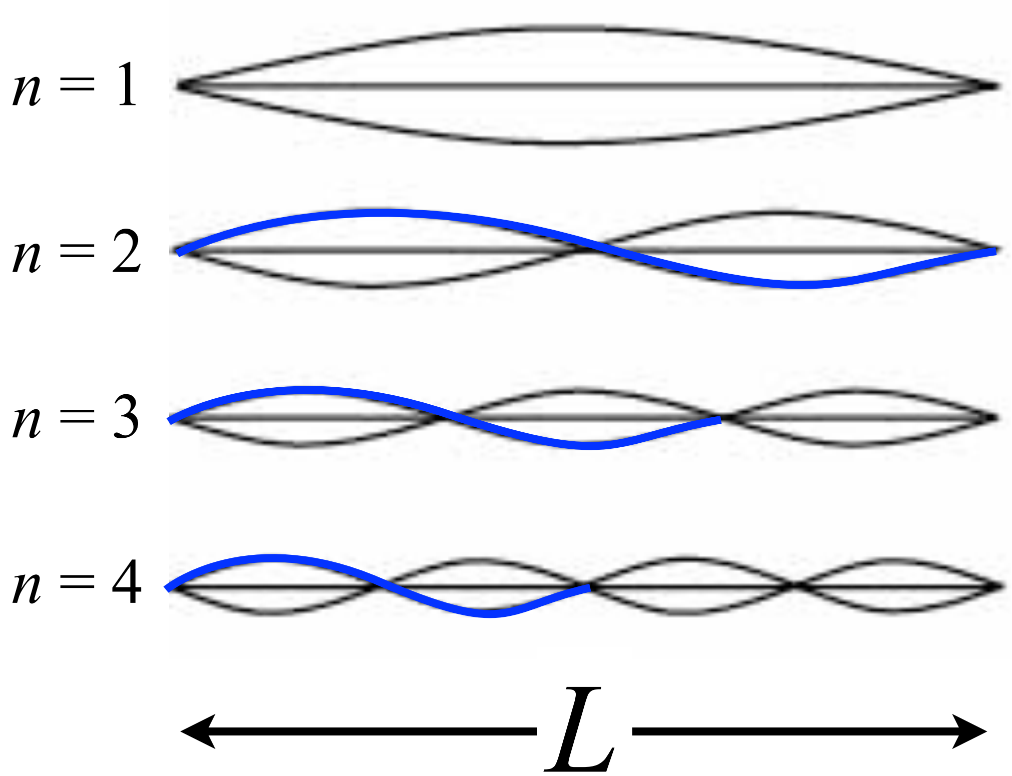
$\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$ が最大, $2\pi\frac{x}{\lambda}=n\pi \longrightarrow$

弦の固有振動

- 両端を固定した長さ L の弦をはじく
- $n\lambda = 2L$ を満たす複数の定在波: **固有振動**
- 定在波の振動数を**固有振動数**

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \sqrt{\frac{S}{\mu}}\frac{n}{2L}$$



角周波数 ω と角波数 k ⑫

- 波を数式で表現する際に, 角周波数 ω と角波数 k を用いることが多い

$$y(x,t) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) =$$

角周波数: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$　　角波数: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$